Lezione 1/3/24

- Il modello di Edgeworth: le curve di reazione (Salvadori-D'Alessandro-Fanelli, Capitolo 3, sezione 3.4).
- Richiami sulle strategie miste.
- Il modello di Edgeworth: gli equilibri in strategie miste (documento nel sito di e-learning dal titolo Edgeworth_ComplementiPerStudentiTriennio).

1

Prossima lezione

- La lezione dell'8 marzo 2024 non sarà tenuta.
- Quindi la prossima lezione sarà la lezione del 13 marzo 2024.
- Poi vedremo se e quando inserire una lezione per completare il programma.

2

Il modello di Edgeworth

Assunzione 1: Numero di imprese. $I = \{1,2\}$ *è l'insieme finito delle imprese concorrenti all'interno del mercato considerato.*

Assunzione 2: Prodotti omogenei. *Ogni impresa* $i \in I$ *produce un unico bene; i beni prodotti dalle imprese in I sono tra loro omogenei.*

Assunzione 3: Domanda di mercato. *Le preferenze dei consumatori determinano la funzione di domanda* $Q = D(p)$, *dove* Q *è la quantità domandata dal mercato e* p *è il prezzo di domanda, dotata delle seguenti caratteristiche tecniche. Esiste* $\overline{p} > 0$ *tale che:*

$D(p)$ *è definita e continua nell'intervallo* $p \in \mathbb{R}_+$;

$D(p) = 0$ *per* $p \geq \overline{p}$;

$D(p) > 0, \quad \forall p \in (0, \overline{p})$;

$D(p)$ *è derivabile due volte in* $(0, \overline{p})$ *con derivate continue (in tale intervallo la funzione* $D(p)$ *è quindi di classe* C^2*), dove* $D'(p) = \partial D(p)/\partial p < 0$ *e* $D''(p) = \partial^2 D(p)/\partial p^2 \leq 0$.

3

Il modello di Edgeworth

Assunzione 4: Costi. *I costi di produzione che l'impresa* $i \in I$ *deve sostenere sono definiti dalla funzione* $C(q_i, k_i)$, *dove* q_i *è la quantità prodotta e venduta dalla generica impresa i, mentre* k_i *è la sua capacità produttiva:*

$$C(q_i, k_i) = \begin{cases} F + rk_i + cq_i & \text{se} \quad 0 \leq q_i \leq k_i \\ \\ \infty & \text{se} \quad q_i > k_i \end{cases}$$

Assunzione 5: Regola del razionamento efficiente. *Se* $p_i < p_j$ *e* $D(p_i) > k_i$, *allora la domanda* $D(p_i) - k_i$ *non è servita dall'impresa i e l'impresa j ottiene una domanda residua pari a* $D_j = D(p_j) - k_i$.

Assunzione 7: Struttura temporale. *Al tempo* t_0 *le imprese in I scelgono simultaneamente i prezzi di offerta.*

Assunzione 8: Strategie. *La variabile strategica impiegata dalla generica impresa* $i \in I$ *consiste nella scelta del prezzo di vendita del bene prodotto* p_i: $p_i \in [c, \overline{p}]$.

4

Il modello di Edgeworth

L'Assunzione 1 definisce l'*insieme finito dei giocatori*. Le Assunzioni 7 e 8 definiscono lo spazio strategico di ciascuna impresa *i*, $\mathbb{P}_i = [c, \overline{p}]$. La combinazione dei prezzi adottata è il vettore nonnegativo $(p_1, p_2) \in \mathbb{P}$, dove $\mathbb{P}$ è il prodotto cartesiano degli spazi strategici di ogni impresa: $\mathbb{P} = \mathbb{P}_1 \times \mathbb{P}_2 = [c, \overline{p}] \times [c, \overline{p}]$.

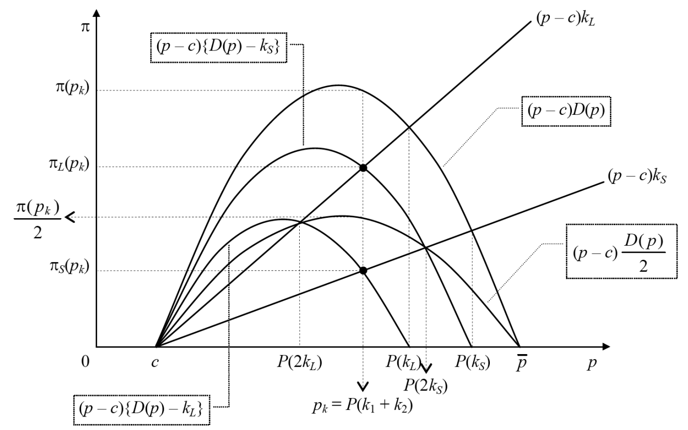
$$q_i = \min\left\{ D_i(p_i, p_j, k_j), k_i \right\}$$

Le Assunzioni 2, 3, 4, e 5 consentono di definire la funzione del profitto della generica impresa *i* (o *funzione degli esiti* del generico giocatore *i*), Π_i, dato dalla differenza tra i ricavi totali $p_i q_i$ e i costi totali $C(q_i, k_i)$:

$$\Pi_i(p_1, p_2, k_1, k_2) = \begin{cases} (p_i - c)\min\{D(p_i), k_i\} - F - rk_i & \text{se } p_i < p_j \\ (p_1 - c)\min\left\{\max\left\{\dfrac{D(p_1)}{2}, D(p_1) - k_j\right\}, k_i\right\} - F - rk_i & \text{se } p_1 = p_2 \\ (p_i - c)\min\{\max\{0, D(p_i) - k_j\}, k_i\} - F - rk_i & \text{se } p_i > p_j \end{cases}$$

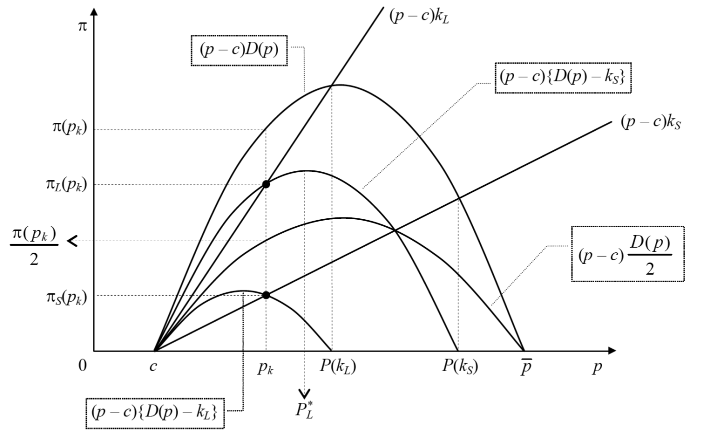
Il modello di Edgeworth

Figura 3.1. – *Schema delle funzioni del profitto*



Il modello di Edgeworth

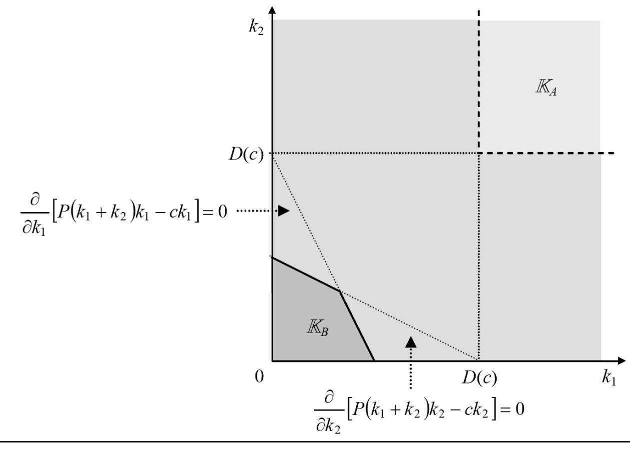
Figura 3.2. – *Schema delle funzioni del profitto, altro caso*



7

Il modello di Edgeworth

Figura 3.5. – *Gli insiemi* $\mathbb{K}_A$ *e* $\mathbb{K}_B$



8

Il modello di Edgeworth

$$\pi_L^* = \max_p \left[D(p) - k_S \right](p - c)$$

$$\pi_L^* = \max_p \left[\min\left\{ D(p) - k_S, k_L \right\} \right](p - c)$$

9

Il modello di Edgeworth

$$\pi_L^* = \max_p \left[\min\left\{ D(p) - k_S, k_L \right\} \right](p - c)$$

in $\mathbb{K}_{\mathrm{A}}$

$$\left[\min\left\{ D(p) - k_S, k_L \right\} \right](p - c) < 0 \qquad p > c$$

$$\left[\min\left\{ D(p) - k_S, k_L \right\} \right](p - c) = 0 \qquad p = c$$

10

Il modello di Edgeworth

$$\pi_L^* = \max_p \left[\min\left\{ D(p) - k_S, k_L \right\} \right](p-c)$$

in $\mathbb{K}_B$

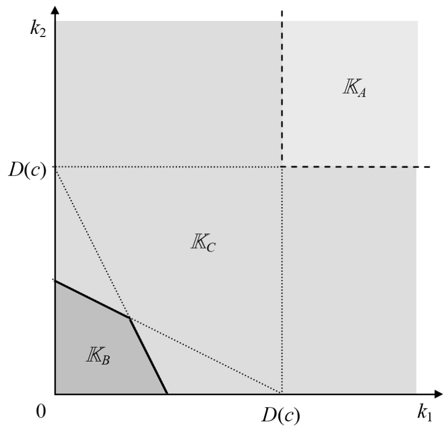
$$\left[\min\left\{ D(p) - k_S, k_L \right\} \right](p-c) =$$

$$= \begin{cases} k_L(p-c) & \text{per} \quad p \le P(k_L + k_S) \\ \left[D(p) - k_S \right](p-c) & \text{per} \quad p \ge P(k_L + k_S) \end{cases}$$

11

Il modello di Edgeworth

Figura 3.25. – *Gli insiemi* $\mathbb{K}_A$, $\mathbb{K}_B$ *e* $\mathbb{K}_C$



12

Lezione di recupero

- Domande su
  - Competizione alla Bertrand
  - Modello di Bertrand
  - Modello di Edgeworth
- Entro il 12-3-24 alle ore 24:00
- La lezione sarà tenuta il 20-3-24 o nella settimana successiva.

13

Il modello di Cournot (1838)

- Ciascuna impresa considera la quantità prodotta dalla rivale come <u>data.</u>
- Per ogni possibile quantità prodotta dalla rivale sceglie la quantità che massimizza il suo profitto.

- Antoine Augustin Cournot, *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*

14

La critica di Bertrand (1883)

- Le imprese si fanno concorrenza mediante la fissazione dei prezzi
- Léon Walras, *Éléments d'économie politique pure, ou théorie de la richesse sociale (1874*)
- Joseph Louis François Bertrand, recensione, *Journal des Savants*

15

La critica di Edgeworth (1897,1925)

- Le imprese potrebbero avere dei limiti di capacità
- Francis Ysidro Edgeworth, La teoria pura del monopolio, *Giornale degli Economisti*
- Francis Ysidro Edgeworth, *Papers relating to political economy* 3 vols

16

Kreps e Scheinkman (1983)

- Il gioco capacità-prezzo: la concorrenza tra le imprese si realizza in due stadi successivi. In un primo stadio ogni impresa sceglie la capacità produttiva che intende istallare. Dopo averla installata e dopo essere venuta a conoscenza della capacità installata dall'impresa rivale, ogni impresa sceglie il proprio prezzo di vendita.

17

Confronto tra i modelli di Bertrand e di Cournot

- Il modello capacità-prezzo (Kreps e Scheinkman, 1983).
- Il modello prezzo-capacità.

18

Giochi sequenziali

- Un gioco sequenziale è un gioco in cui i giocatori prendono decisioni seguendo un certo ordine predefinito, e in cui almeno alcuni giocatori possono osservare i movimenti dei giocatori che li hanno preceduti. Se nessun giocatore può osservare le mosse dei giocatori precedenti, allora il gioco è simultaneo.

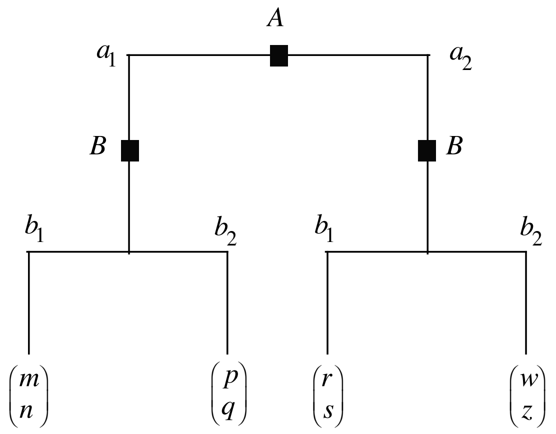
19

Giochi sequenziali

Se ogni giocatore osserva le mosse di ogni altro giocatore che ha giocato prima di lui, il gioco è a informazione perfetta. Se non tutti i giocatori osservano i movimenti precedenti, il gioco è a informazione imperfetta.

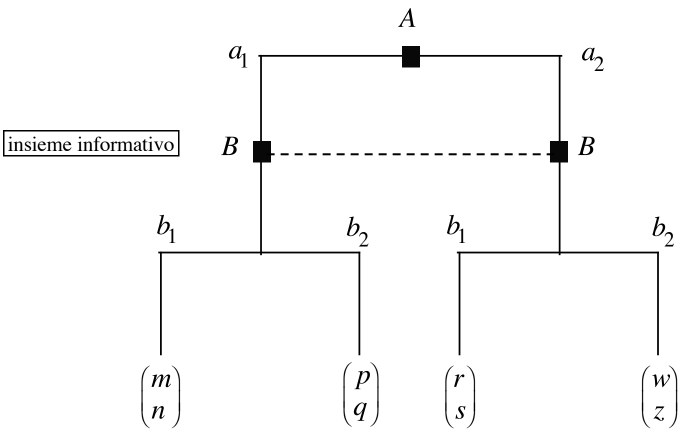
20

Gioco sequenziale e informazione perfetta



21

Gioco sequenziale e informazione imperfetta



22

L’insieme informativo

L’insieme informativo di un giocatore è l’insieme di tutte le possibili mosse che per quel giocatore potrebbero avere avuto luogo fino a quel momento, dato ciò che quel giocatore ha osservato.

23

L’insieme informativo

Se il gioco è a informazione perfetta, ogni insieme informativo contiene un solo elemento, vale a dire il punto effettivamente raggiunto in quella fase del gioco. In caso contrario, qualche giocatore non può essere sicuro di quello che è avvenuto fino a quel momento e quindi quale sia la sua posizione in quel momento.

24

L’insieme informativo

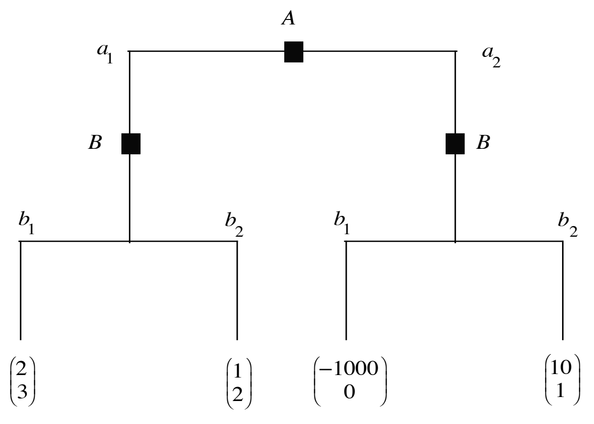
Più precisamente, un insieme informativo è un insieme di nodi decisionali tali che:

•Ogni nodo dell’insieme appartiene ad un solo giocatore.

•Quando il gioco raggiunge l’insieme informativo, il giocatore non può distinguere tra i nodi all'interno dell’insieme informativo, cioè il giocatore a cui appartiene quell’insieme non sa quale nodo dell’insieme sia stato raggiunto.

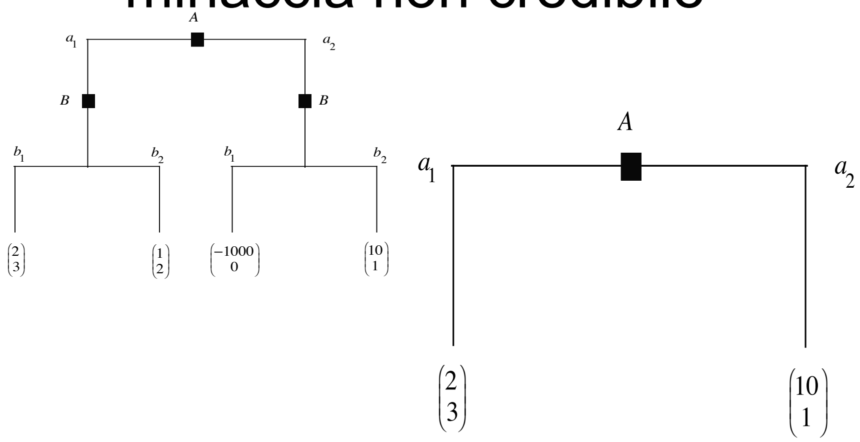
25

Minaccia



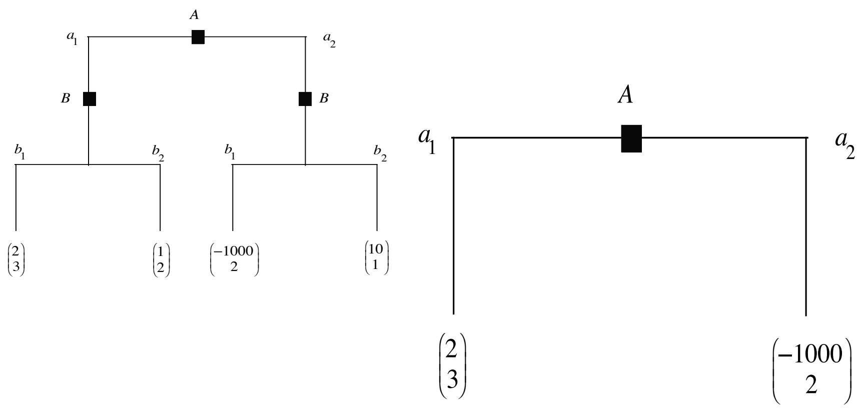
26

Induzione all'indietro: minaccia non credibile



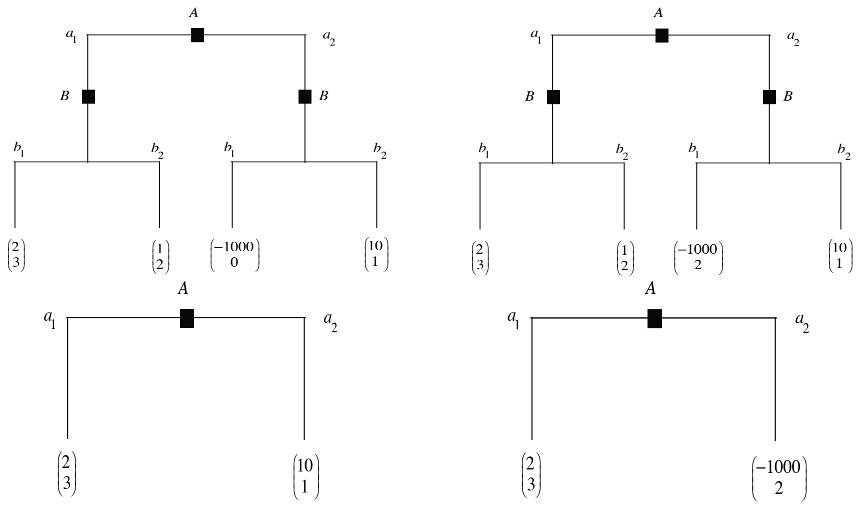
27

Induzione all'indietro: minaccia credibile



28

Confronto

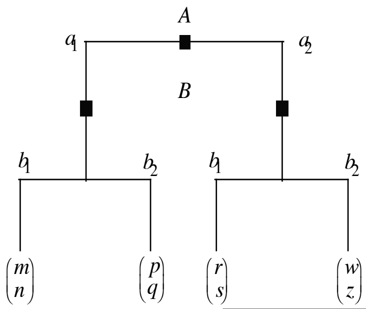


29

Perfezione nei sottogiochi

- <u>Definizione</u>: Un insieme di strategie, una per ogni giocatore, è un equilibrio perfetto nei sottogiochi se le azioni prescritte da queste strategie costituiscono un equilibrio di Nash in ciascun sottogioco che possa essere raggiunto.

30



		B			
		$a_1\|b_1, a_2\|b_1$	$a_1\|b_1, a_2\|b_2$	$a_1\|b_2, a_2\|b_2$	$a_1\|b_2, a_2\|b_1$
A	a_1	m n	m n	p q	p q
	a_2	r s	w z	w z	r s

31

Strategie in giochi sequenziali

- In giochi simultanei una strategia è un valore strategico per una particolare variabile a disposizione del giocatore. In giochi con due fasi sequenziali, la strategia del giocatore che gioca per primo è ancora una variabile strategica, mentre per il giocatore che gioca per secondo una strategia è un insieme di risposte univoche per tutte le potenziali strategie del giocatore che gioca per primo.

32

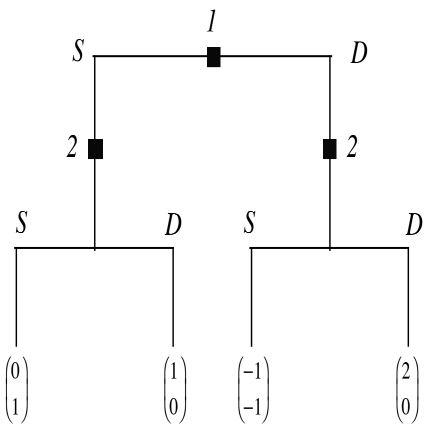
Equilibri di Nash e perfezione nei sottogiochi

		Giocatore 2			
		S→S D→S	S→S D→D	S→D D→S	S→D D→D
Giocatore 1	S	0 1	0 1	1 0	1 0
	D	-1 -1	2 0	-1 -1	2 0

33

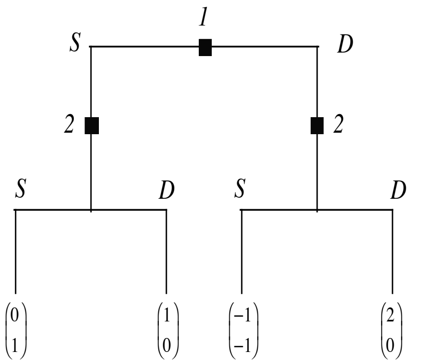
		Giocatore 2			
		S→S D→S	S→S D→D	S→D D→S	S→D D→D
Giocatore 1	S	0 1	0 1	1 0	1 0
	D	-1 -1	2 0	-1 -1	2 0

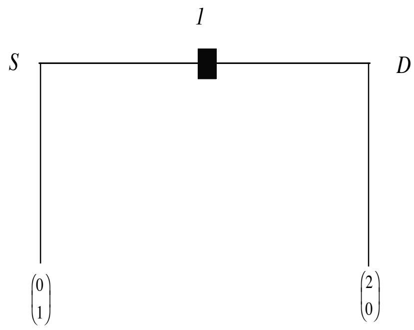
Equilibri di Nash e perfezione nei sottogiochi



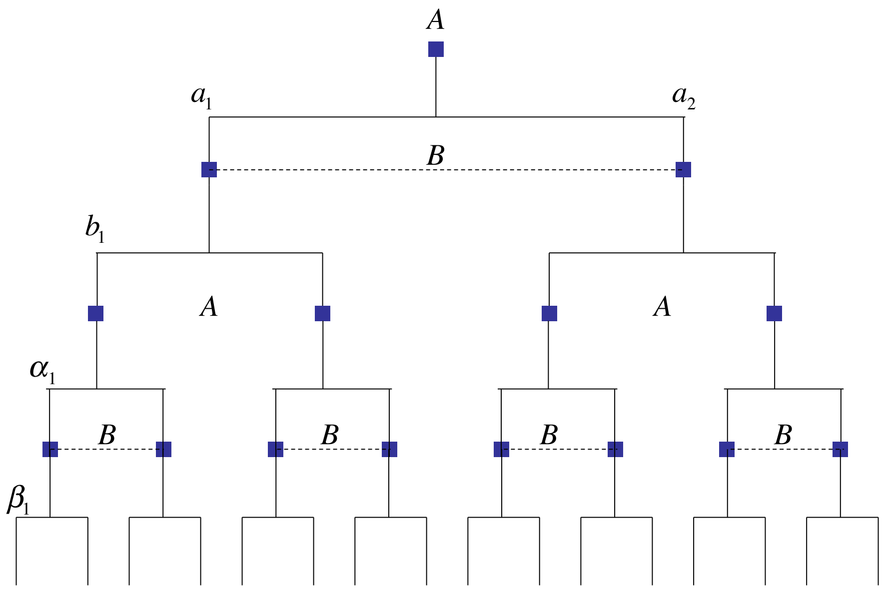
34

Equilibri di Nash e perfezione nei sottogiochi





35



36

	a_1 $(a_1,b_1)\to\alpha_1$ $(a_1,b_2)\to\alpha_1$	a_1 $(a_1,b_1)\to\alpha_1$ $(a_1,b_2)\to\alpha_2$	a_1 $(a_1,b_1)\to\alpha_2$ $(a_1,b_2)\to\alpha_1$	a_1 $(a_1,b_1)\to\alpha_2$ $(a_1,b_2)\to\alpha_2$	a_2 $(a_2,b_1)\to\alpha_1$ $(a_2,b_2)\to\alpha_1$	a_2 $(a_2,b_1)\to\alpha_1$ $(a_2,b_2)\to\alpha_2$	a_2 $(a_2,b_1)\to\alpha_2$ $(a_2,b_2)\to\alpha_1$	a_2 $(a_2,b_1)\to\alpha_2$ $(a_2,b_2)\to\alpha_2$
b_1 $(a_1,b_1)\to\beta_1$ $(a_1,b_2)\to\beta_1$								
b_1 $(a_1,b_1)\to\beta_1$ $(a_1,b_2)\to\beta_2$								
b_1 $(a_1,b_1)\to\beta_2$ $(a_1,b_2)\to\beta_1$								
b_1 $(a_1,b_1)\to\beta_2$ $(a_1,b_2)\to\beta_2$								
b_2 $(a_2,b_1)\to\beta_1$ $(a_2,b_2)\to\beta_1$								
b_2 $(a_2,b_1)\to\beta_1$ $(a_2,b_2)\to\beta_2$								
b_2 $(a_2,b_1)\to\beta_2$ $(a_2,b_2)\to\beta_1$								
b_2 $(a_2,b_1)\to\beta_2$ $(a_2,b_2)\to\beta_2$								

37

Paradosso di Bertrand

- Le imprese non sono in grado di coprire i costi fissi.

- Alternativa 1: Vincoli di capacità (modello di Edgeworth; gioco capacità-prezzo).
- Alternativa 2: Differenziazione del prodotto (modello di Hotelling).
- Alternativa 3: Collusione tra imprese.

38

Il gioco capacità-prezzo

Assunzione 1: Numero di imprese. *$I = \{1,2\}$ è l'insieme finito delle imprese concorrenti all'interno del mercato considerato.*

Assunzione 2: Prodotti omogenei. *Ogni impresa $i \in I$ produce un unico bene; i beni prodotti dalle imprese in I sono tra loro omogenei.*

Assunzione 3: Domanda di mercato. *Le preferenze dei consumatori determinano la funzione di domanda $Q = D(p)$, dove Q è la quantità domandata dal mercato e p è il prezzo di domanda, dotata delle seguenti caratteristiche tecniche. Esiste $\bar{p} > 0$ tale che:*

$D(p)$ è definita e continua nell'intervallo $p \in \mathbb{R}_+$;

$D(p) = 0$ per $p \geq \bar{p}$;

$D(p) > 0, \ \forall p \in (0, \bar{p})$;

$D(p)$ è derivabile due volte in $(0, \bar{p})$ con derivate continue (in tale intervallo la funzione $D(p)$ è quindi di classe C^2), dove $D'(p) = \partial D(p)/\partial p < 0$ e $D''(p) = \partial^2 D(p)/\partial p^2 \leq 0$.

39

Il gioco capacità-prezzo

Assunzione 4: Costi. *I costi di produzione che l'impresa $i \in I$ deve sostenere sono definiti dalla funzione $C(q_i, k_i)$, dove q_i è la quantità prodotta e venduta dalla generica impresa i, mentre k_i è la sua capacità produttiva:*

$$C(q_i, k_i) = \begin{cases} F + rk_i + cq_i & \text{se} \quad 0 \leq q_i \leq k_i \\ \\ \infty & \text{se} \quad q_i > k_i \end{cases}$$

Assunzione 5: Regola del razionamento efficiente. *Se $p_i < p_j$ e $D(p_i) > k_i$, allora la domanda $D(p_i) - k_i$ non è servita dall'impresa i e l'impresa j ottiene una domanda residua pari a $D_j = D(p_j) - k_i$.*

~~**Assunzione 7: Struttura temporale**. *Al tempo t_0 le imprese in I scelgono simultaneamente i prezzi di offerta.*~~

~~**Assunzione 8: Strategie**. *La variabile strategica impiegata dalla generica impresa $i \in I$ consiste nella scelta del prezzo di vendita del bene prodotto p_i:*~~ $\cancel{p_i \in [c, \bar{p}]}$.

40

Il gioco capacità-prezzo

Assunzione 9: Struttura temporale. *La concorrenza tra le imprese si realizza in due stadi successivi:*

– nel primo stadio (t_0), le imprese in I scelgono, simultaneamente e indipendentemente, le capacità produttive desiderate;
– nel secondo stadio (t_1), le imprese in I, dopo essere venute a conoscenza del livello di capacità adottato dalle imprese in I, scelgono, simultaneamente e indipendentemente, i prezzi di offerta.

Assunzione 10: Strategie. *Una strategia della generica impresa $i \in I$ è un elemento del prodotto cartesiano $\Xi_i = \mathbb{K}_i \times \mathbb{P}_i^{\mathbb{K}}$, lo spazio strategico, dove:*

– $\mathbb{K}_i = [0, D(c)]$ è l'insieme delle capacità produttive adottabili dall'impresa i nel primo stadio del gioco; e
– $\mathbb{P}_i^{\mathbb{K}} = \{p_i^k : \mathbb{K} \to \mathbb{P}_i\}$ è l'insieme delle funzioni il cui dominio e codominio sono, rispettivamente, $\mathbb{K} = \mathbb{K}_1 \times \mathbb{K}_2$ e $\mathbb{P}_i = [c, \overline{p}]$.

41

Il gioco capacità-prezzo

L'Assunzione 1 definisce l'*insieme finito dei giocatori*. Le Assunzioni 9 e 10 definiscono lo *spazio strategico* di ciascuna impresa *i*, $\Xi_i = \mathbb{K}_i \times \mathbb{P}_i^{\mathbb{K}}$. Ad ogni coppia di strategie, una per l'impresa 1 ed una per l'impresa 2, è associato un vettore nonnegativo $(k_1, k_2) \in \mathbb{K}$ ed un vettore nonnegativo $(p_1, p_2) \in \mathbb{P}$, a cui, sulla base delle Assunzioni 2-5, sono associati gli *esiti* dei due giocatori, ossia il profitto delle due imprese,

Le Assunzioni 2, 3, 4, e 5 consentono di definire la funzione del profitto della generica impresa *i* (o *funzione degli esiti* del generico giocatore *i*), Π_i, dato dalla differenza tra i ricavi totali $p_i q_i$ e i costi totali $C(q_i, k_i)$:

$$\Pi_i(p_1, p_2, k_1, k_2) = \begin{cases} (p_i - c)\min\{D(p_i), k_i\} - F - rk_i & \text{se } p_i < p_j \\ (p_1 - c)\min\left\{\max\left\{\frac{D(p_1)}{2}, D(p_1) - k_j\right\}, k_i\right\} - F - rk_i & \text{se } p_1 = p_2 \\ (p_i - c)\min\{\max\{0, D(p_i) - k_j\}, k_i\} - F - rk_i & \text{se } p_i > p_j \end{cases}$$

42

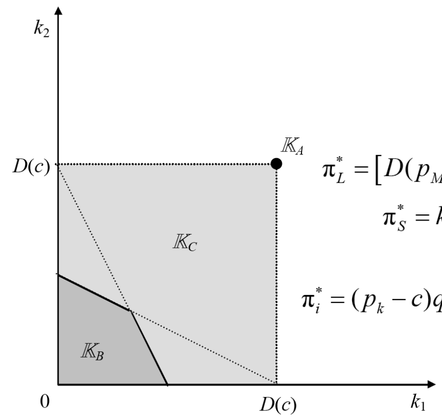
Il gioco capacità-prezzo

Per individuare i risultati della concorrenza tra le imprese, utilizziamo il *metodo dell'induzione a ritroso*. Grazie alla particolare struttura temporale, possiamo individuare un numero infinito di sottogiochi, uno per ogni coppia di capacità produttive potenzialmente adottabile dalle imprese operanti nel mercato $(k_1, k_2) \in \mathbb{K}$. Chiameremo questi sottogiochi, sottogiochi di prezzo. Se la coppia dei livelli di capacità adottati dalle imprese, nel primo stadio del gioco, è pari a (k_1, k_2), il sottogioco di prezzo corrispondente alla coppia (k_1, k_2) è il gioco nel quale entrambe le imprese, conoscendo la coppia (k_1, k_2), scelgono il proprio prezzo di vendita. Ciascun sottogioco di prezzo coincide quindi con un gioco di Edgeworth a razionamento efficiente (cfr. Capitolo 3). In ciascun sottogioco, infatti, sono soddisfatte le Assunzioni 1-5 e 7-8.

43

Il gioco capacità-prezzo

Figura 4.1. – *Partizione dell'insieme* $\mathbb{K}$



$$\pi_L^* = \left[D(p_M) - k_S\right](p_M - c)$$

$$\pi_S^* = k_S(p_m - c)$$

$$\pi_i^* = (p_k - c)q_i^* = P(k_1 + k_2)k_i - ck_i$$

44

Il gioco capacità-prezzo

Nel primo stadio del gioco, ogni impresa i sceglie ed installa le proprie capacità produttive, sopportando i costi di installazione rk_i e conoscendo i profitti variabili di equilibrio ottenibili nel secondo stadio del gioco come funzione delle capacità scelte nel primo stadio. In equilibrio, ciascuna impresa sceglie quella capacità produttiva che le permette di massimizzare il proprio profitto, dato dalla differenza fra il profitto variabile di equilibrio ottenibile nel secondo stadio del gioco, i costi sostenuti per installare la propria capacità produttiva e i costi fissi F. Possiamo adesso definire il sottogioco delle capacità, che si basa sull'Assunzione 1 e sulle seguenti assunzioni.

A.4.1 Le imprese in I scelgono, simultaneamente e indipendentemente, la capacità produttiva desiderata;

A.4.2 Gli insiemi delle strategie a disposizione delle imprese in I sono $\mathbb{K}_i = [0, D(c)]$ per l'impresa i;

A.4.3 Gli esiti delle imprese in I sono definiti dalle funzioni

45

Il gioco capacità-prezzo

$$\Pi_1 = \begin{cases} [P(k_1+k_2)-c-r]k_1 - F & \text{se} \quad (k_1,k_2)\in\mathbb{K}_B \\ [D(p_M)-k_2](p_M-c)-rk_1-F & \text{se} \quad (k_1,k_2)\in\mathbb{K}_C \text{ e } k_1 \geq k_2 \\ k_1(p_m-c-r)-F & \text{se} \quad (k_1,k_2)\in\mathbb{K}_C \text{ e } k_1 \leq k_2 \\ -rk_1-F & \text{se} \quad k_1=k_2=D(c) \end{cases}$$

$$\Pi_2 = \begin{cases} [P(k_1+k_2)-c-r]k_2 - F & \text{se} \quad (k_1,k_2)\in\mathbb{K}_B \\ k_2(p_m-c-r)-F & \text{se} \quad (k_1,k_2)\in\mathbb{K}_C \text{ e } k_1 \geq k_2 \\ [D(p_M)-k_1](p_M-c)-rk_2-F & \text{se} \quad (k_1,k_2)\in\mathbb{K}_C \text{ e } k_1 \leq k_2 \\ -rk_1-F & \text{se} \quad k_1=k_2=D(c) \end{cases}$$

46