Lezione 6/3/24

- Il modello di Edgeworth: il profitto dell'impresa L (documento nel sito di e-learning dal titolo Edgeworth_ComplementiPerStudentiTriennio).
- Introduzione al gioco capacità-prezzo: da Cournot (1838) a Kreps e Scheinkman (1983) (Salvadori-D'Alessandro-Fanelli, pp. 63-65).
- Richiami sui giochi sequenziali.
- Il gioco capacità-prezzo: Il gioco, il secondo stadio (Salvadori-D'Alessandro-Fanelli, Capitolo 4; sezione 4.1, fino a p. 69).

1

Lezione di recupero

- Domande su
  - Competizione alla Bertrand
  - Modello di Bertrand
  - Modello di Edgeworth
- Entro il 12-3-24 alle ore 24:00
- La lezione sarà tenuta il 20-3-24 o nella settimana successiva.

2

Il gioco capacità-prezzo

Assunzione 1: Numero di imprese. *$I = \{1,2\}$ è l'insieme finito delle imprese concorrenti all'interno del mercato considerato.*

Assunzione 2: Prodotti omogenei. *Ogni impresa $i \in I$ produce un unico bene; i beni prodotti dalle imprese in I sono tra loro omogenei.*

Assunzione 3: Domanda di mercato. *Le preferenze dei consumatori determinano la funzione di domanda $Q = D(p)$, dove Q è la quantità domandata dal mercato e p è il prezzo di domanda, dotata delle seguenti caratteristiche tecniche. Esiste $\overline{p} > 0$ tale che:*

$D(p)$ è definita e continua nell'intervallo $p \in \mathbb{R}_+$;

$D(p) = 0$ per $p \geq \overline{p}$;

$D(p) > 0, \quad \forall p \in (0, \overline{p})$;

$D(p)$ è derivabile due volte in $(0, \overline{p})$ con derivate continue (in tale intervallo la funzione $D(p)$ è quindi di classe C^2), dove $D'(p) = \partial D(p)/\partial p < 0$ e $D''(p) = \partial^2 D(p)/\partial p^2 \leq 0$.

3

Il gioco capacità-prezzo

Assunzione 4: Costi. *I costi di produzione che l'impresa $i \in I$ deve sostenere sono definiti dalla funzione $C(q_i, k_i)$, dove q_i è la quantità prodotta e venduta dalla generica impresa i, mentre k_i è la sua capacità produttiva:*

$$C(q_i, k_i) = \begin{cases} F + rk_i + cq_i & \text{se} \quad 0 \leq q_i \leq k_i \\ \\ \infty & \text{se} \quad q_i > k_i \end{cases}$$

Assunzione 5: Regola del razionamento efficiente. *Se $p_i < p_j$ e $D(p_i) > k_i$, allora la domanda $D(p_i) - k_i$ non è servita dall'impresa i e l'impresa j ottiene una domanda residua pari a $D_j = D(p_j) - k_i$.*

~~**Assunzione 7: Struttura temporale**. *Al tempo t_0 le imprese in I scelgono simultaneamente i prezzi di offerta.*~~

~~**Assunzione 8: Strategie**. *La variabile strategica impiegata dalla generica impresa $i \in I$ consiste nella scelta del prezzo di vendita del bene prodotto p_i: $p_i \in [c, \overline{p}]$.*~~

4

Il gioco capacità-prezzo

Assunzione 9: Struttura temporale. *La concorrenza tra le imprese si realizza in due stadi successivi:*

– nel primo stadio (t_0), le imprese in I scelgono, simultaneamente e indipendentemente, le capacità produttive desiderate;

– nel secondo stadio (t_1), le imprese in I, dopo essere venute a conoscenza del livello di capacità adottato dalle imprese in I, scelgono, simultaneamente e indipendentemente, i prezzi di offerta.

Assunzione 10: Strategie. *Una strategia della generica impresa $i \in I$ è un elemento del prodotto cartesiano $\Xi_i = \mathbb{K}_i \times \mathbb{P}_i^{\mathbb{K}}$, lo spazio strategico, dove:*

– $\mathbb{K}_i = [0, D(c)]$ è l'insieme delle capacità produttive adottabili dall'impresa i nel primo stadio del gioco; e

– $\mathbb{P}_i^{\mathbb{K}} = \{p_i^k : \mathbb{K} \to \mathbb{P}_i\}$ è l'insieme delle funzioni il cui dominio e codominio sono, rispettivamente, $\mathbb{K} = \mathbb{K}_1 \times \mathbb{K}_2$ e $\mathbb{P}_i = [c, \overline{p}]$.

5

Il gioco capacità-prezzo

L'Assunzione 1 definisce l'*insieme finito dei giocatori*. Le Assunzioni 9 e 10 definiscono lo *spazio strategico* di ciascuna impresa *i*, $\Xi_i = \mathbb{K}_i \times \mathbb{P}_i^{\mathbb{K}}$. Ad ogni coppia di strategie, una per l'impresa 1 ed una per l'impresa 2, è associato un vettore nonnegativo $(k_1, k_2) \in \mathbb{K}$ ed un vettore nonnegativo $(p_1, p_2) \in \mathbb{P}$, a cui, sulla base delle Assunzioni 2-5, sono associati gli *esiti* dei due giocatori, ossia il profitto delle due imprese,

Le Assunzioni 2, 3, 4, e 5 consentono di definire la funzione del profitto della generica impresa *i* (o *funzione degli esiti* del generico giocatore *i*), Π_i, dato dalla differenza tra i ricavi totali $p_i q_i$ e i costi totali $C(q_i, k_i)$:

$$\Pi_i(p_1, p_2, k_1, k_2) = \begin{cases} (p_i - c)\min\{D(p_i), k_i\} - F - rk_i & \text{se } p_i < p_j \\ (p_1 - c)\min\left\{\max\left\{\frac{D(p_1)}{2}, D(p_1) - k_j\right\}, k_i\right\} - F - rk_i & \text{se } p_1 = p_2 \\ (p_i - c)\min\{\max\{0, D(p_i) - k_j\}, k_i\} - F - rk_i & \text{se } p_i > p_j \end{cases}$$

6

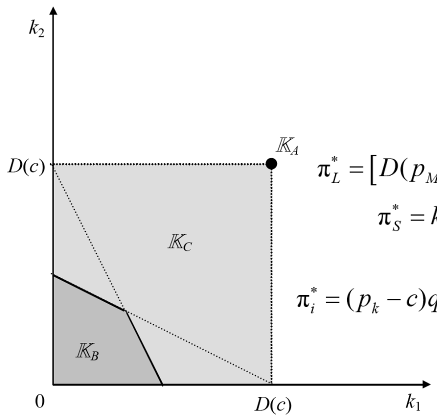
Il gioco capacità-prezzo

Per individuare i risultati della concorrenza tra le imprese, utilizziamo il *metodo dell'induzione a ritroso*. Grazie alla particolare struttura temporale, possiamo individuare un numero infinito di sottogiochi, uno per ogni coppia di capacità produttive potenzialmente adottabile dalle imprese operanti nel mercato $(k_1, k_2) \in \mathbb{K}$. Chiameremo questi sottogiochi, sottogiochi di prezzo. Se la coppia dei livelli di capacità adottati dalle imprese, nel primo stadio del gioco, è pari a (k_1, k_2), il sottogioco di prezzo corrispondente alla coppia (k_1, k_2) è il gioco nel quale entrambe le imprese, conoscendo la coppia (k_1, k_2), scelgono il proprio prezzo di vendita. Ciascun sottogioco di prezzo coincide quindi con un gioco di Edgeworth a razionamento efficiente (cfr. Capitolo 3). In ciascun sottogioco, infatti, sono soddisfatte le Assunzioni 1-5 e 7-8.

7

Il gioco capacità-prezzo

Figura 4.1. – *Partizione dell'insieme* $\mathbb{K}$



$$\pi_L^* = [D(p_M) - k_S](p_M - c)$$

$$\pi_S^* = k_S(p_m - c)$$

$$\pi_i^* = (p_k - c)q_i^* = P(k_1 + k_2)k_i - ck_i$$

8

Il gioco capacità-prezzo

Nel primo stadio del gioco, ogni impresa *i* sceglie ed installa le proprie capacità produttive, sopportando i costi di installazione rk_i e conoscendo i profitti variabili di equilibrio ottenibili nel secondo stadio del gioco come funzione delle capacità scelte nel primo stadio. In equilibrio, ciascuna impresa sceglie quella capacità produttiva che le permette di massimizzare il proprio profitto, dato dalla differenza fra il profitto variabile di equilibrio ottenibile nel secondo stadio del gioco, i costi sostenuti per installare la propria capacità produttiva e i costi fissi F. Possiamo adesso definire il sottogioco delle capacità, che si basa sull'Assunzione 1 e sulle seguenti assunzioni.

A.4.1 Le imprese in I scelgono, simultaneamente e indipendentemente, la capacità produttiva desiderata;

A.4.2 Gli insiemi delle strategie a disposizione delle imprese in I sono $\mathbb{K}_i = [0, D(c)]$ per l'impresa i;

A.4.3 Gli esiti delle imprese in I sono definiti dalle funzioni

9

Il gioco capacità-prezzo

$$\Pi_1 = \begin{cases} [P(k_1+k_2)-c-r]k_1 - F & \text{se} \quad (k_1,k_2) \in \mathbb{K}_B \\ [D(p_M)-k_2](p_M-c)-rk_1-F & \text{se} \quad (k_1,k_2) \in \mathbb{K}_C \text{ e } k_1 \geq k_2 \\ k_1(p_m-c-r)-F & \text{se} \quad (k_1,k_2) \in \mathbb{K}_C \text{ e } k_1 \leq k_2 \\ -rk_1-F & \text{se} \quad k_1 = k_2 = D(c) \end{cases}$$

$$\Pi_2 = \begin{cases} [P(k_1+k_2)-c-r]k_2 - F & \text{se} \quad (k_1,k_2) \in \mathbb{K}_B \\ k_2(p_m-c-r)-F & \text{se} \quad (k_1,k_2) \in \mathbb{K}_C \text{ e } k_1 \geq k_2 \\ [D(p_M)-k_1](p_M-c)-rk_2-F & \text{se} \quad (k_1,k_2) \in \mathbb{K}_C \text{ e } k_1 \leq k_2 \\ -rk_1-F & \text{se} \quad k_1 = k_2 = D(c) \end{cases}$$

10

Il gioco capacità-prezzo

$$\begin{cases} \max\limits_{k_1} \Pi_1 \\ \max\limits_{k_2} \Pi_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial \Pi_1}{\partial k_1} = \dfrac{\partial}{\partial k_1}[(P(k_1+k_2)-c-r)k_1 - F] = 0 \\ \dfrac{\partial \Pi_2}{\partial k_2} = \dfrac{\partial}{\partial k_2}[(P(k_1+k_2)-c-r)k_2 - F] = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial P(k_1+k_2)}{\partial k_1} k_1 + P(k_1+k_2) - c - r = 0 \\ \dfrac{\partial P(k_1+k_2)}{\partial k_2} k_2 + P(k_1+k_2) - c - r = 0 \end{cases} \qquad [2]$$

11

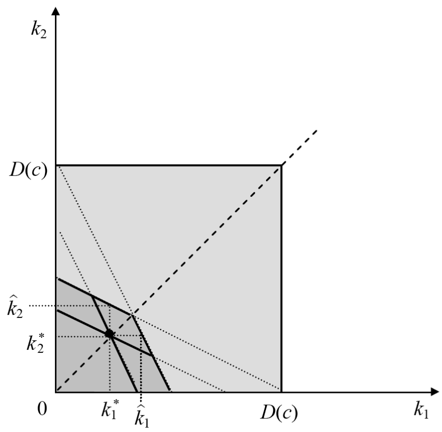
Il gioco capacità-prezzo

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P(k_1+k_2)}{\partial k_1} k_1 + P(k_1+k_2) - c - r = 0 \\ \dfrac{\partial P(k_1+k_2)}{\partial k_2} k_2 + P(k_1+k_2) - c - r = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial P(k_1+k_2)}{\partial k_1} k_1 + P(k_1+k_2) - c = r > 0 \\ \dfrac{\partial P(k_1+k_2)}{\partial k_2} k_2 + P(k_1+k_2) - c = r > 0 \end{cases}$$

12

Il gioco capacità-prezzo

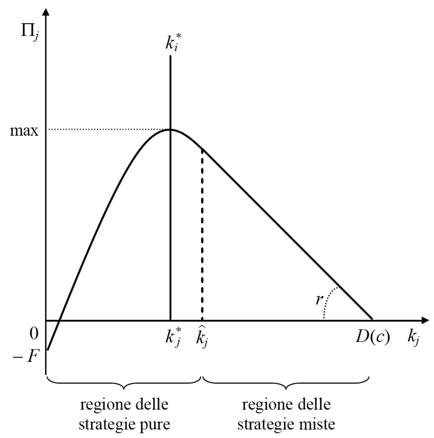
Figura 4.2. – *Sottogioco delle capacità: un candidato all'equilibrio di Nash*



13

Il gioco capacità-prezzo

Figura 4.3. – *Il profitto dell'impresa j per* $k_i = k_i^*$



14

Il gioco capacità-prezzo

Proposizione 4.1. *Nel gioco capacità-prezzo esiste un equilibrio di Nash in strategie pure perfetto nei sottogiochi che coincide con l'equilibrio di Cournot:* $p_1^* = p_2^* = P\left(k_1^* + k_2^*\right)$ *e* $\left(k_1^*, k_2^*\right)$ *soddisfa le condizioni*

$$\frac{\partial P(k_1 + k_2)}{\partial k_1} k_1 + P(k_1 + k_2) - c - r = 0$$
$$\frac{\partial P(k_1 + k_2)}{\partial k_2} k_2 + P(k_1 + k_2) - c - r = 0$$

15

Il gioco prezzo-capacità

Assunzione 1: Numero di imprese. $I = \{1,2\}$ *è l'insieme finito delle imprese concorrenti all'interno del mercato considerato.*

Assunzione 2: Prodotti omogenei. *Ogni impresa* $i \in I$ *produce un unico bene; i beni prodotti dalle imprese in I sono tra loro omogenei.*

Assunzione 3: Domanda di mercato. *Le preferenze dei consumatori determinano la funzione di domanda* $Q = D(p)$*, dove Q è la quantità domandata dal mercato e p è il prezzo di domanda, dotata delle seguenti caratteristiche tecniche. Esiste* $\overline{p} > 0$ *tale che:*

$D(p)$ *è definita e continua nell'intervallo* $p \in \mathbb{R}_+$;

$D(p) = 0$ *per* $p \geq \overline{p}$;

$D(p) > 0, \ \forall p \in (0, \overline{p})$;

$D(p)$ *è derivabile due volte in* $(0, \overline{p})$ *con derivate continue (in tale intervallo la funzione* $D(p)$ *è quindi di classe* C^2*), dove* $D'(p) = \partial D(p)/\partial p < 0$ *e* $D''(p) = \partial^2 D(p)/\partial p^2 \leq 0$.

16

Il gioco prezzo-capacità

Assunzione 4: Costi. *I costi di produzione che l'impresa $i \in I$ deve sostenere sono definiti dalla funzione $C(q_i,k_i)$, dove q_i è la quantità prodotta e venduta dalla generica impresa i, mentre k_i è la sua capacità produttiva:*

$$C(q_i,k_i) = \begin{cases} F + rk_i + cq_i & \text{se} \quad 0 \le q_i \le k_i \\ \infty & \text{se} \quad q_i > k_i \end{cases}$$

Assunzione 5: Regola del razionamento efficiente. *Se $p_i < p_j$ e $D(p_i) > k_i$, allora la domanda $D(p_i) - k_i$ non è servita dall'impresa i e l'impresa j ottiene una domanda residua pari a $D_j = D(p_j) - k_i$.*

~~**Assunzione 7: Struttura temporale**. *Al tempo t_0 le imprese in I scelgono simultaneamente i prezzi di offerta.*~~

~~**Assunzione 8: Strategie**. *La variabile strategica impiegata dalla generica impresa $i \in I$ consiste nella scelta del prezzo di vendita del bene prodotto p_i: $p_i \in [c, \overline{p}]$.*~~

17

Il gioco prezzo-capacità

Assunzione 11: Struttura temporale. *La concorrenza tra le imprese si realizza in due stadi successivi:*

– nel primo stadio (t_0), entrambe le imprese scelgono, simultaneamente e indipendentemente, i prezzi di offerta;
– nel secondo stadio (t_1), entrambe le imprese, dopo essere venute a conoscenza del prezzo adottato dall'impresa rivale, scelgono, simultaneamente e indipendentemente, le capacità produttive desiderate.

Assunzione 12: Strategie. *La strategia della generica impresa i è un elemento del prodotto cartesiano $\Xi_i = \mathbb{P}_i \times \mathbb{K}_i^{\mathbb{P}}$, lo spazio strategico, dove:*

– $\mathbb{P}_i = [c, \overline{p}]$ è l'insieme dei prezzi adottabili dall'impresa i nel primo stadio del gioco; e
– $\mathbb{K}_i^{\mathbb{P}} = \{ \mathrm{k}_i^p : \mathbb{P} \to \mathbb{K}_i \}$ è l'insieme delle funzioni il cui dominio e codominio sono, rispettivamente, $\mathbb{P} = \mathbb{P}_1 \times \mathbb{P}_2$ e $\mathbb{K}_i = [0, D(c)]$.

18

Il gioco prezzo-capacità

Similmente a come abbiamo visto nella Sezione 4.1 l'Assunzione 1 definisce l'*insieme finito dei giocatori*. Le Assunzioni 11 e 12 definiscono lo *spazio strategico* di ciascuna impresa *i*, $\Xi_i = \mathbb{P}_i \times \mathbb{K}_i^{\mathbb{P}}$. Ad ogni coppia di strategie, una per l'impresa 1 ed una per l'impresa 2, è associato un vettore nonnegativo $(k_1, k_2) \in \mathbb{K}$ ed un vettore nonnegativo $(p_1, p_2) \in \mathbb{P}$, a cui, sulla base delle Assunzioni 2-5, sono associati gli *esiti* dei due giocatori, ossia il profitto delle due imprese.

Le Assunzioni 2, 3, 4, e 5 consentono di definire la funzione del profitto della generica impresa *i* (o *funzione degli esiti* del generico giocatore *i*), Π_i, dato dalla differenza tra i ricavi totali $p_i q_i$ e i costi totali $C(q_i, k_i)$:

$$\Pi_i(p_1, p_2, k_1, k_2) = \begin{cases} (p_i - c)\min\{D(p_i), k_i\} - F - rk_i & \text{se } p_i < p_j \\ (p_1 - c)\min\left\{\max\left\{\dfrac{D(p_1)}{2}, D(p_1) - k_j\right\}, k_i\right\} - F - rk_i & \text{se } p_1 = p_2 \\ (p_i - c)\min\{\max\{0, D(p_i) - k_j\}, k_i\} - F - rk_i & \text{se } p_i > p_j \end{cases}$$

19

Il gioco prezzo-capacità

Analizziamo i risultati della concorrenza tra le imprese, utilizzando il *metodo dell'induzione a ritroso*. Nel secondo stadio la generica impresa *i* sceglie quella capacità produttiva che le permette di massimizzare il proprio profitto, considerando data la coppia dei prezzi di vendita (p_1, p_2), scelta nel primo stadio del gioco. Ciascun sottogioco delle capacità in questo caso è definito dalle Assunzioni 1-5 e dalle assunzioni

A.5.1 p_1 e p_2 sono dati, $c \leq p_i \leq \overline{p}$;

A.5.2 le imprese in *I* scelgono, simultaneamente e indipendentemente, le capacità produttive;

A.5.3 le strategie a disposizione dell'impresa $i \in I$ sono gli elementi dell'insieme $\mathbb{K}_i = [0, D(c)]$.

20

Il gioco prezzo-capacità

$$c + r < p_i < p_j \Rightarrow$$

$$\Pi_i(p_i, p_j, k_i) = \begin{cases} (p_i - c - r)k_i - F & \text{se } \; 0 \le k_i \le D(p_i) \\ (p_i - c)D(p_i) - rk_i - F & \text{se } \; D(p_i) \le k_i \le D(c) \end{cases}$$

$$\arg\max \Pi_i(p_i, p_j, k_i) = D(p_i)$$

È una strategia dominante.

$$\Pi_j(p_i, p_j, k_j) = -rk_j - F$$

$$\arg\max_{k_j} \Pi_j(p_i, p_j, k_j) = 0$$

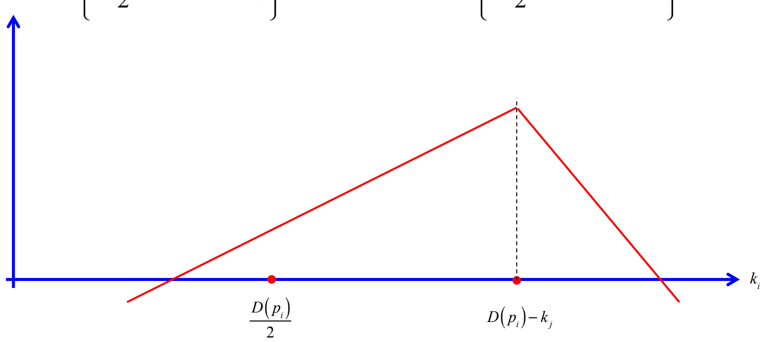
È una strategia dominante.

21

Il gioco prezzo-capacità

$$c + r < p_i = p_j \Rightarrow \Pi_i(p_i, p_j, k_i, k_j) =$$

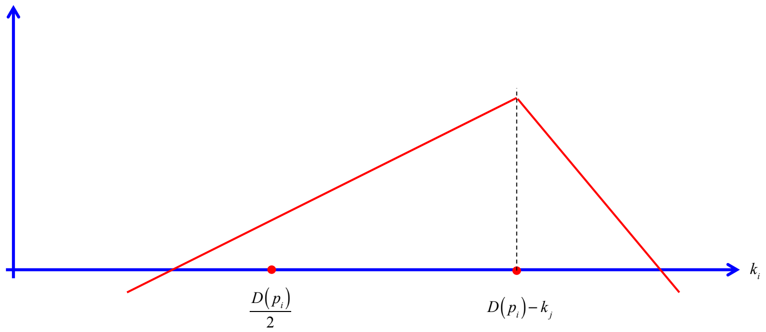
$$= \begin{cases} (p_i - c - r)k_i - F & \text{se } \; 0 \le k_i \le \max\left\{\frac{D(p_i)}{2}, D(p_i) - k_j\right\} \\ (p_i - c)\max\left\{\frac{D(p_i)}{2}, D(p_i) - k_j\right\} - rk_i - F & \text{se } \; \max\left\{\frac{D(p_i)}{2}, D(p_i) - k_j\right\} \le k_i \le D(c) \end{cases}$$



22

Il gioco prezzo-capacità

$$\frac{D(p_i)}{2} \le D(p_i) - k_j \Leftrightarrow k_j \le \frac{D(p_i)}{2} \Rightarrow k_i = D(p_i) - k_j$$

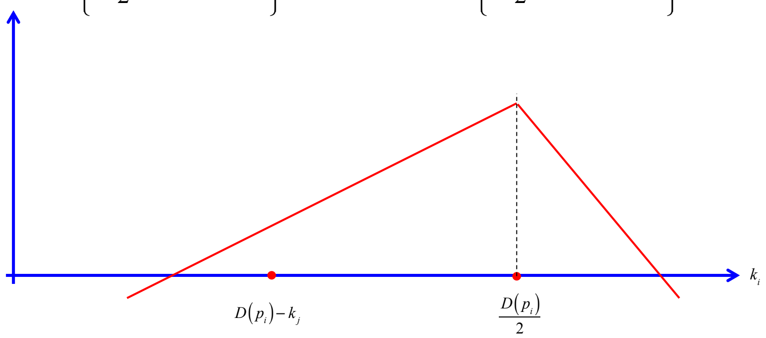


23

Il gioco prezzo-capacità

$$c + r < p_i = p_j \Rightarrow \Pi_i(p_i, p_j, k_i, k_j) =$$

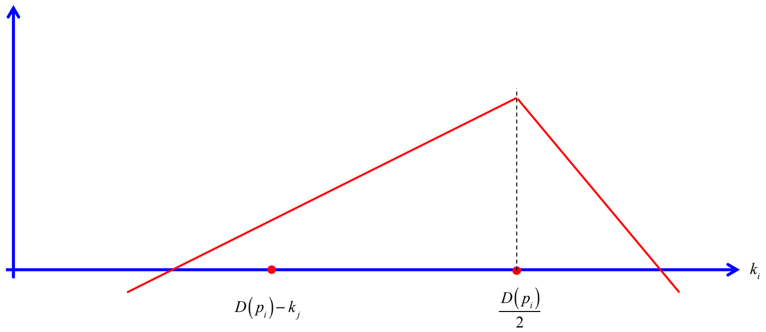
$$= \begin{cases} (p_i - c - r)k_i - F & \text{se } \ 0 \le k_i \le \max\left\{\frac{D(p_i)}{2}, D(p_i) - k_j\right\} \\ (p_i - c)\max\left\{\frac{D(p_i)}{2}, D(p_i) - k_j\right\} - rk_i - F & \text{se } \ \max\left\{\frac{D(p_i)}{2}, D(p_i) - k_j\right\} \le k_i \le D(c) \end{cases}$$



24

Il gioco prezzo-capacità

$$\frac{D(p_i)}{2} \geq D(p_i) - k_j \Leftrightarrow k_j \geq \frac{D(p_i)}{2} \Rightarrow k_i = \frac{D(p_i)}{2}$$



25

Il gioco prezzo-capacità

$$\frac{D(p_i)}{2} \leq D(p_i) - k_j \Leftrightarrow k_j \leq \frac{D(p_i)}{2} \Rightarrow k_i = D(p_i) - k_j$$

$$\frac{D(p_i)}{2} \geq D(p_i) - k_j \Leftrightarrow k_j \geq \frac{D(p_i)}{2} \Rightarrow k_i = \frac{D(p_i)}{2}$$

$$\arg\max_{k_i} \Pi_i(p_i, p_j, k_i) = \begin{cases} D(p_i) - k_j & \text{se} \quad k_j \leq \frac{D(p_i)}{2} \\ \frac{D(p_i)}{2} & \text{se} \quad k_j \geq \frac{D(p_i)}{2} \end{cases}$$

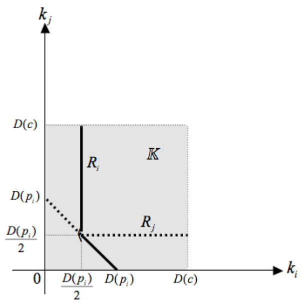


Figura 3.4. Funzioni di reazione quando $p_i = p_j > c + r$

26

Il gioco prezzo-capacità

Possiamo adesso definire il sottogioco dei prezzi, che si basa sull'Assunzione 1 e sulle seguenti assunzioni.

A.5.4 Le imprese in I scelgono, simultaneamente e indipendentemente, il prezzo desiderato;

A.5.5 Le strategie a disposizione di ciascuna impresa $i \in I$ è $\mathbb{P}_i = [c, \overline{p}]$;

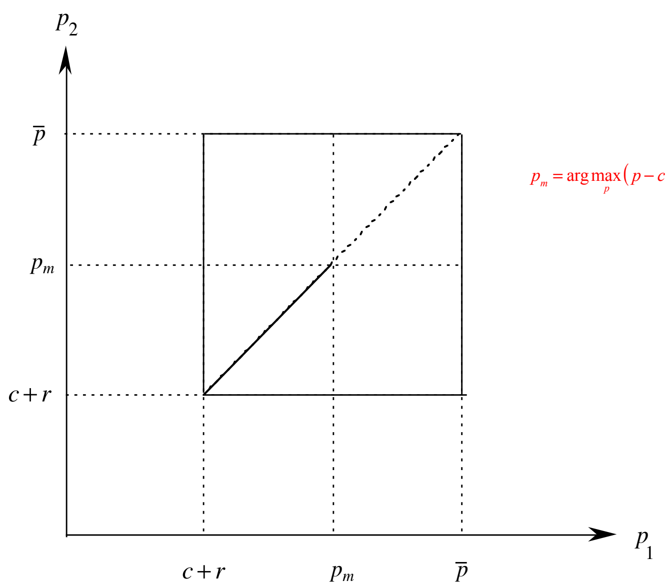
A.5.6 Gli esiti delle imprese in I sono definiti dalle funzioni

$$\Pi_1 = \begin{cases} -F & \text{se} \\ (p_i - c - r)k_1 - F & \text{se} \\ (p_i - c - r)\dfrac{D(p_1)}{2} - F & \text{se} \\ -F & \text{se} \end{cases} \qquad \Pi_1 = \begin{cases} -F & \text{se} \quad c \le p_1 \le c + r \\ (p_1 - c - r)D(p_1) - F & \text{se} \quad c + r \le p_1 < p_2 \\ (p_i - c - r)\dfrac{D(p_1)}{2} - F & \text{se} \quad c + r \le p_1 = p_2 \\ -F & \text{se} \quad p_2 < p_1 \end{cases}$$

$$\Pi_2 = \begin{cases} -F & \text{se} \\ (p_i - c - r)k_1 - F & \text{se} \\ (p_i - c - r)\dfrac{D(p_1)}{2} - F & \text{se} \\ -F & \text{se} \end{cases} \qquad \Pi_2 = \begin{cases} -F & \text{se} \quad c \le p_2 \le c + r \\ (p_2 - c - r)D(p_2) - F & \text{se} \quad c + r \le p_2 < p_1 \\ (p_2 - c - r)\dfrac{D(p_2)}{2} - F & \text{se} \quad c + r \le p_1 = p_2 \\ -F & \text{se} \quad p_1 < p_2 \end{cases}$$

27

Il gioco prezzo-capacità



$p_m = \arg\max_p (p - c - r) D(p)$

28

c'è un "problema di coordinamento su cui non indaghiamo"

Il gioco prezzo-capacità

$$c+r=p_i<p_j \Rightarrow$$

$$\Pi_i(p_i,p_j,k_i)=\begin{cases}(p_i-c-r)k_i-F & \text{se } \ 0\le k_i\le D(p_i)\\ (p_i-c)D(p_i)-rk_i-F & \text{se } \ D(p_i)\le k_i\le D(c)\end{cases}$$

$$\arg\max \Pi_i(p_i,p_j,k_i)\in\left[0,D(p_i)\right]$$

$$\Pi_j(p_i,p_j,k_i)=\begin{cases}(p_j-c-r)k_i-F & \text{se } \ 0\le k_j\le D(p_j)-k_i\\ (p_i-c)\left[D(p_j)-k_i\right]-rk_i-F & \text{se } \ D(p_j)-k_i\le k_j\le D(c)-k_i\end{cases}$$

$$\arg\max_{k_j} \Pi_j(p_i,p_j,k_j)=D(p_j)-k_i$$

29

Il gioco prezzo-capacità

$$c+r=p_i=p_j \Rightarrow \Pi_i(p_i,p_j,k_i,k_j)=$$

$$=\begin{cases}(p_i-c-r)k_i-F=-F & \text{se } \ 0\le k_i\le \max\left\{\frac{D(p_i)}{2},D(p_i)-k_j\right\}\\ (p_i-c)\max\left\{\frac{D(p_i)}{2},D(p_i)-k_j\right\}-rk_i-F<-F & \text{se } \ \max\left\{\frac{D(p_i)}{2},D(p_i)-k_j\right\}\le k_i\le D(c)\end{cases}$$

$$\arg\max_{k_i} \Pi_i(p_i,p_j,k_i)\in$$

$$\in\begin{cases}\left[0,D(p_i)-k_j\right] & \text{se } \ k_j\le\frac{D(p_i)}{2}\\ \left[0,\frac{D(p_i)}{2}\right] & \text{se } \ k_j\ge\frac{D(p_i)}{2}\end{cases}$$

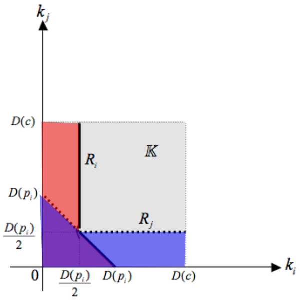


Figura 3.4. Funzioni di reazione quando $p_i=p_j>c+r$

30

c'è un "problema di coordinamento su cui non indaghiamo"

Il gioco prezzo-capacità

$$c+r=p_i=p_j \Rightarrow \Pi_i(p_i,p_j,k_i,k_j)=$$

$$=\begin{cases} (p_i-c-r)k_i-F=-F & \text{se } 0\le k_i\le \max\left\{\dfrac{D(p_i)}{2},D(p_i)-k_j\right\} \\ (p_i-c)\max\left\{\dfrac{D(p_i)}{2},D(p_i)-k_j\right\}-rk_i-F<-F & \text{se } \max\left\{\dfrac{D(p_i)}{2},D(p_i)-k_j\right\}\le k_i\le D(c) \end{cases}$$

$$\arg\max_{k_i}\Pi_i(p_i,p_j,k_i)\in$$

$$\in\begin{cases} \left[0,D(p_i)-k_j\right] & \text{se } k_j\le\dfrac{D(p_i)}{2} \\ \left[0,\dfrac{D(p_i)}{2}\right] & \text{se } k_j\ge\dfrac{D(p_i)}{2} \end{cases}$$

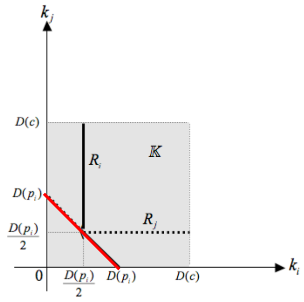


Figura 3.4. Funzioni di reazione quando $p_i=p_j>c+r$

Il gioco prezzo-capacità

Possiamo adesso definire il sottogioco dei prezzi, che si basa sull'Assunzione 1 e sulle seguenti assunzioni.

A.5.4 Le imprese in I scelgono, simultaneamente e indipendentemente, il prezzo desiderato;

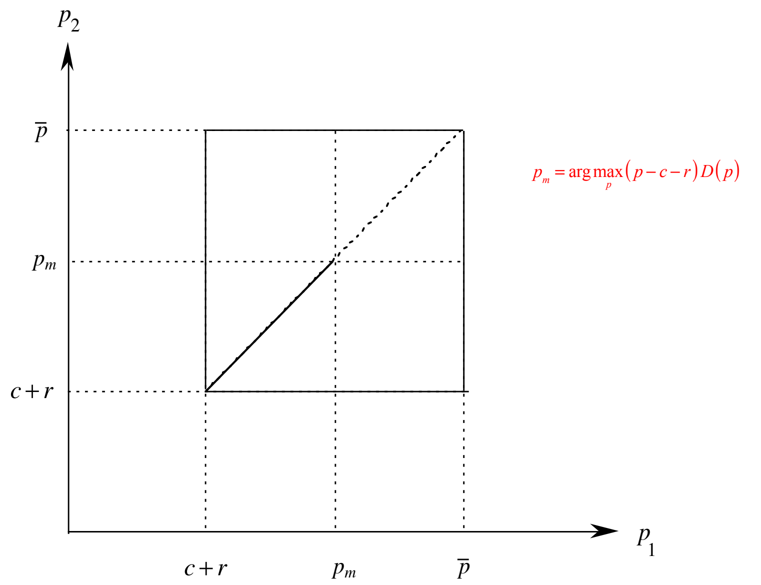
A.5.5 Le strategie a disposizione di ciascuna impresa $i\in I$ è $\mathbb{P}_i=[c,\overline{p}]$;

A.5.6 Gli esiti delle imprese in I sono definiti dalle funzioni

$$\Pi_1=\begin{cases} -F & \text{se} \\ (p_i-c-r)k_1-F & \text{se} \\ (p_i-c-r)\dfrac{D(p_1)}{2}-F & \text{se} \\ -F & \text{se} \end{cases} \quad \Pi_1=\begin{cases} -F & \text{se } c\le p_1\le c+r \\ (p_1-c-r)D(p_1)-F & \text{se } c+r\le p_1<p_2 \\ (p_i-c-r)\dfrac{D(p_1)}{2}-F & \text{se } c+r\le p_1=p_2 \\ -F & \text{se } p_2<p_1 \end{cases}$$

$$\Pi_2=\begin{cases} -F & \text{se} \\ (p_i-c-r)k_1-F & \text{se} \\ (p_i-c-r)\dfrac{D(p_1)}{2}-F & \text{se} \\ -F & \text{se} \end{cases} \quad \Pi_2=\begin{cases} -F & \text{se } c\le p_2\le c+r \\ (p_2-c-r)D(p_2)-F & \text{se } c+r\le p_2<p_1 \\ (p_2-c-r)\dfrac{D(p_2)}{2}-F & \text{se } c+r\le p_1=p_2 \\ -F & \text{se } p_1<p_2 \end{cases}$$

Il gioco prezzo-capacità



33

Paradosso di Bertrand

- Le imprese non sono in grado di coprire i costi fissi.

- Alternativa 1: Vincoli di capacità (modello di Edgeworth; gioco capacità-prezzo).
- Alternativa 2: Differenziazione del prodotto (modello di Hotelling).
- Alternativa 3: Collusione tra imprese.

34

Hotelling risponde a Edgeworth

- Cournot (1838).
- Bertrand (1883).
- Edgeworth (1897,1925).
- Sraffa (1926).
- Hotelling (1929).
- Joan V. Robinson (1933).
- Edward Hastings Chamberlin (1933).

35