7.1 Il modello di Bertrand con n imprese

Per estendere ad n imprese il modello di Bertrand manteniamo le Assunzioni 2-4 e 6-8. L'Assunzione 1 è sostituita dall'Assunzione 1*.

> **Assunzione 1*: Numero di imprese**. $I = \{1, 2, \ldots, n\}$ *è l'insieme finito delle imprese concorrenti all'interno del mercato considerato.*

Se vale l'Assunzione 6, in ogni equilibrio di Nash in strategie pure almeno due imprese praticano il prezzo c mentre le altre praticano un qualsiasi prezzo non inferiore a c. Se due imprese praticano il prezzo c, ciascuna impresa i delle restanti $n-2$ imprese è indifferente sul prezzo da praticare purché maggiore o eguale a c poiché ottiene comunque un profitto di equilibrio negativo pari a $-rk_i - F$. Allo stesso modo ciascuna impresa j delle almeno due imprese che praticano il prezzo c non ha convenienza ad adottare un prezzo differente: con un prezzo superiore otterrebbe comunque il profitto $-rk_j - F$ e con un prezzo inferiore a c otterrebbe un profitto inferiore a $-rk_j - F$. Supponiamo che, per assurdo, nessuna impresa adotti il prezzo c o che solo una di esse scelga questo prezzo e mostriamo che queste posizioni non sono di equilibrio. Se solo l'impresa i adotta il prezzo c, a questa converrà adottare un prezzo maggiore purché inferiore al minimo prezzo adottato dalle restanti $n-1$ imprese; in questo modo essa otterrà infatti l'intera domanda del mercato e profitti maggiori di $-rk_i - F$. Se invece nessuna impresa adotta il prezzo c, allora esiste certamente un'impresa che ha convenienza ad adottare un prezzo inferiore al prezzo minimo praticato dalle altre $n-1$ imprese al fine di ottenere l'intera domanda del mercato.

8.3 Il modello di Bertrand con entrata

Dato un insieme M di imprese identiche, ciascuna individuata da un numero da 1 a m, l'impresa 1 decide per prima se entrare nel mercato; poi l'impresa 2 decide se entrare nel mercato sapendo la decisione dell'impresa 1; e così via fino all'impresa m. Dato che le imprese sono identiche, se l'impresa j decide di non entrare, nessuna impresa i, per $j < i \leq m$, entra nel mercato. Se sono i le imprese entrate nel mercato, e quindi $m-i$ le imprese non entrate, le imprese entrate ottengono un esito pari a Π_i, mentre le imprese non entrate ottengono un esito pari a zero. Nel caso del modello di Bertrand la successione

$$\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \ldots, \Pi_m \qquad (1)$$

risulta essere

$$\pi^{(m)} - rk - F,\ -rk - F,\ -rk - F,\ \dots,\ -rk - F$$

L'impresa 1 entra nel mercato, ma l'impresa 2 non entra: solo un'impresa entra sul mercato e sceglie il prezzo che massimizza i profitti senza tenere conto delle imprese potenzialmente entranti, ottenendo i profitti di monopolio: nessuna altra impresa entrerà.

Questo risultato risolve definitivamente il paradosso di Bertrand. Il paradosso esiste perché c'è un'impresa di troppo nel mercato, un'impresa che se potesse decidere se entrare o meno, non entrerebbe. Considerando dato il numero delle imprese otteniamo un risultato paradossale semplicemente perché le assunzioni sono paradossali: le imprese non entrano mai in un mercato sapendo di ottenere profitti negativi d'equilibrio.