Capitolo 3 Il modello di Edgeworth

3.5 Le strategie miste

Nelle sezioni precedenti abbiamo individuato due regioni in cui esiste un equilibrio in strategie pure. La regione indicata come $\mathbb{K}_{\mathrm{A}}$, in cui entrambe le imprese adottano il prezzo c, e la regione $\mathbb{K}_{\mathrm{B}}$, in cui entrambe le imprese adottano il prezzo $P(k_1 + k_2)$. Abbiamo mostrato che nella regione intermedia, $\mathbb{K}_{\mathrm{C}}$, non esiste un equilibrio di Nash in strategie pure. È possibile però dimostrare che esiste un *unico equilibrio di Nash in strategie miste*. La dimostrazione è contenuta nel libro. In questa nota vogliamo solo argomentare (non dimostrare) che nella regione intermedia $\mathbb{K}_{\mathrm{C}}$

$$\pi_L^* = \max_p \left[D(p) - k_S \right](p - c)$$

per cui detto

$$p_M = \arg\max_p \left[D(p) - k_S \right](p - c)$$

avremo che

$$\pi_L^* = \left[D(p_M) - k_S \right](p_M - c)$$

Inoltre, detto p_m la più piccola delle due soluzioni dell'equazione in p

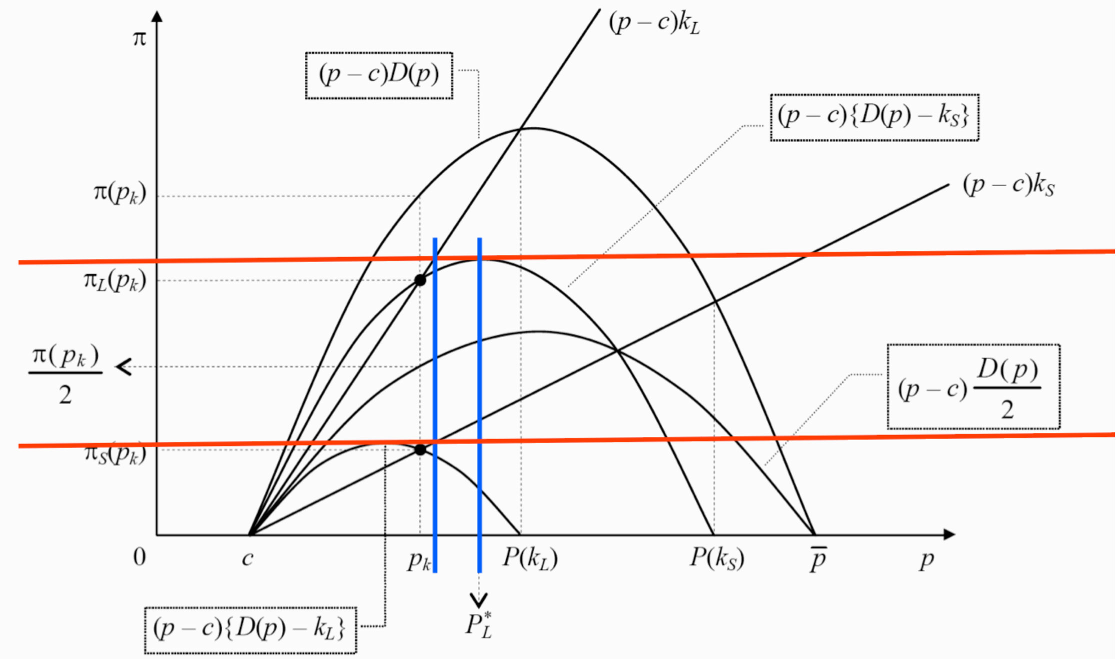
$$\min\left\{ D(p), k_L \right\}(p - c) = \left[D(p_M) - k_S \right](p_M - c)$$

avremo che

$$\pi_S^* = k_S (p_m - c).$$

Consideriamo la figura 3.2 e valutiamo il profitto dell'impresa L quando pratica un prezzo superiore al prezzo praticato dall'impresa S. Si constata immediatamente che questo profitto ha un massimo per cui l'impresa L sa che se pratica il prezzo p_M otterrà con certezza un profitto non inferiore a $\pi_L^* = \left[D(p_M) - k_S \right](p_M - c)$ in quanto otterrà appunto $\left[D(p_M) - k_S \right](p_M - c)$ se l'impresa S pratica un prezzo uguale o minore, mentre se l'impresa S pratica un prezzo maggiore essa otterrà anche di più. Per questo stesso motivo all'impresa L non conviene praticare un prezzo inferiore a p_m. Infatti in tal caso otterrà un prezzo inferiore a $\left[D\left(p_M\right)-k_S\right]\left(p_M-c\right)$ anche se l'impresa S pratica un prezzo superiore. Quindi in una qualunque strategia mista l'impresa L praticherà un prezzo compreso tra p_m e p_M.

Figura 3.2. – *Schema delle funzioni del profitto, altro caso*



L'impresa S quindi sa che l'impresa L praticherà con certezza un prezzo superiore o uguale a p_m e che praticherà il prezzo p_m con probabilità nulla, per cui sa che praticando il prezzo p_m ha una probabilità pari a 1 di ottenere un profitto pari a

$$\pi_S^* = k_S\left(p_m - c\right).$$

Le strategie miste sono costruite in modo tale che le due imprese ottengano in media questi profitti. Non possiamo supporre, infatti, che l'impresa L pratichi con certezza il prezzo p_M, perché allora all'impresa S converrebbe praticare un prezzo di poco inferiore a p_M, ma allora all'impresa L converrebbe praticare un prezzo ancora di poco inferiore, ecc. Quindi le strategie miste di equilibrio, che rappresentiamo con le funzioni cumulate $\phi_L\left(p\right)$ e $\phi_S\left(p\right)$, devono soddisfare le equazioni

$$\Pi_L^* = (p-c)\left[\phi_S(p)\min\left\{D(p)-K_S, K_L\right\}+\left(1-\phi_S(p)\right)\min\left\{D(p),K_L\right\}\right]$$

$$\Pi_S^* = (p-c)\left[\phi_L(p)\min\left\{D(p)-K_L, K_S\right\}+\left(1-\phi_L(p)\right)K_S\right]$$

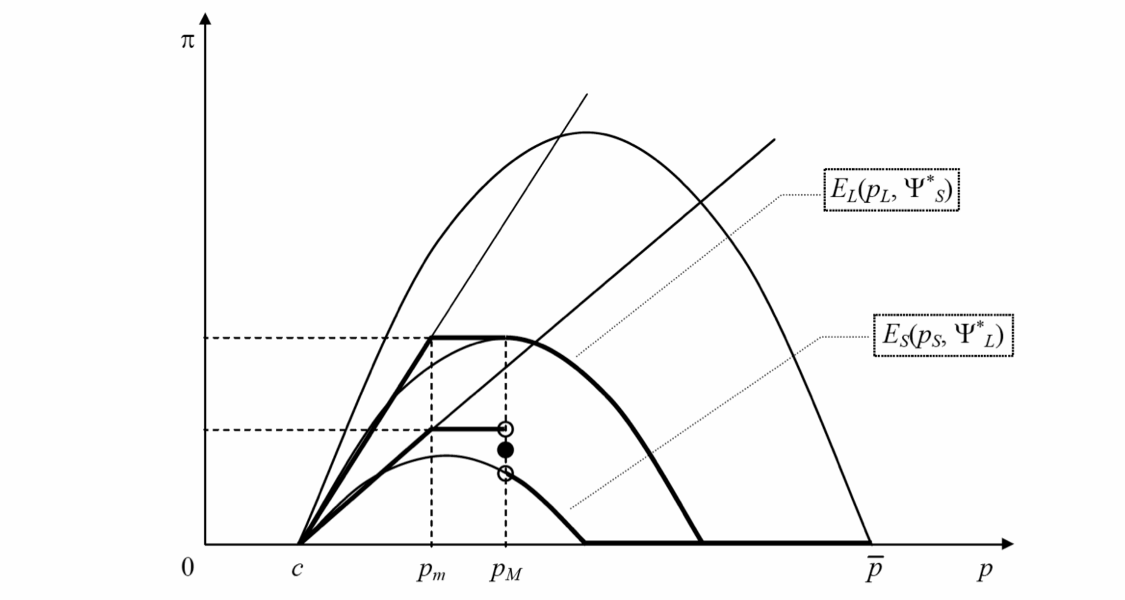
e quindi sono:

$$\phi_L(p) = \frac{\Pi_S^* - (p-c)K_S}{(p-c)\left[\min\left\{D(p)-K_L,K_S\right\}-K_S\right]}$$

$$\phi_S(p) = \frac{\Pi_L^* - (p-c)\min\left\{D(p),K_L\right\}}{(p-c)\left[\min\left\{D(p)-K_S,K_L\right\}-\min\left\{D(p),K_L\right\}\right]}.$$

Le funzioni del profitto atteso sono quindi rappresentate nella figura 3.26.

Figura 3.26. – *Le funzioni* $E_L\left(p,\Psi_S^*(p)\right)$ *e* $E_S\left(p,\Psi_L^*(p)\right)$*, per* $p\in\left[c,\overline{p}\right]$



Si potrebbe argomentare che

$$\pi_L^* = \max_p \min\left\{D(p)-k_S,k_L\right\}(p-c)$$

non solo nella regione $\mathbb{K}_C$, ma anche nella regioni $\mathbb{K}_A$ e $\mathbb{K}_B$. Nella regione $\mathbb{K}_A$, infatti, $\left[\min\left\{D(p)-k_S,k_L\right\}\right](p-c)<0$ per $p>c$ e $\left[\min\left\{D(p)-k_S,k_L\right\}\right](p-c)=0$ per $p=c$. Mentre nella regione $\mathbb{K}_B$

$$\left[\min\left\{D(p)-k_S,k_L\right\}\right](p-c)=\begin{cases} k_L(p-c) & \text{per} \quad p\le P(k_L+k_S) \\ \left[D(p)-k_S\right](p-c) & \text{per} \quad p\ge P(k_L+k_S)\end{cases}$$