Economia Industriale

Diapositive per gli esami

Parte I

Assunzioni

Assunzione 1: Numero di imprese. *$I = \{1,2\}$ è l'insieme finito delle imprese concorrenti all'interno del mercato considerato.*

Assunzione 2: Prodotti omogenei. *Ogni impresa $i \in I$ produce un unico bene; i beni prodotti dalle imprese in I sono tra loro omogenei.*

Assunzione 3: Domanda di mercato. *Le preferenze dei consumatori determinano la funzione di domanda $Q = D(p)$, dove Q è la quantità domandata dal mercato e p è il prezzo di domanda, dotata delle seguenti caratteristiche tecniche. Esiste $\overline{p} > 0$ tale che:*

$D(p)$ è definita e continua nell'intervallo $p \in \mathbb{R}_+$;

$D(p) = 0$ per $p \geq \overline{p}$;

$D(p) > 0, \ \forall p \in (0, \overline{p})$;

$D(p)$ è derivabile due volte in $(0, \overline{p})$ con derivate continue (in tale intervallo la funzione $D(p)$ è quindi di classe C^2), dove $D'(p) = \partial D(p)/\partial p < 0$ e $D''(p) = \partial^2 D(p)/\partial p^2 \leq 0$.

Assunzioni

Assunzione 4: Costi. *I costi di produzione che l'impresa $i \in I$ deve sostenere sono definiti dalla funzione $C(q_i, k_i)$, dove q_i è la quantità prodotta e venduta dalla generica impresa i, mentre k_i è la sua capacità produttiva:*

$$C(q_i, k_i) = \begin{cases} F + rk_i + cq_i & \text{se} \quad 0 \le q_i \le k_i \\ \\ \infty & \text{se} \quad q_i > k_i \end{cases}$$

Assunzione 5: Regola del razionamento efficiente. *Se $p_i < p_j$ e $D(p_i) > k_i$, allora la domanda $D(p_i) - k_i$ non è servita dall'impresa i e l'impresa j ottiene una domanda residua pari a $D_j = D(p_j) - k_i$.*

Assunzioni

Assunzione 6: Dimensione delle imprese. *Ogni impresa i possiede una capacità produttiva* k_i: $k_i \geq D(c)$.

Assunzione 7: Struttura temporale. *Al tempo* t_0 *le imprese in I scelgono simultaneamente i prezzi di offerta.*

Assunzione 8: Strategie. *La variabile strategica impiegata dalla generica impresa* $i \in I$ *consiste nella scelta del prezzo di vendita del bene prodotto* p_i: $p_i \in [c, \overline{p}]$.

Assunzioni

Assunzione 9: Struttura temporale. *La concorrenza tra le imprese si realizza in due stadi successivi:*

– nel primo stadio (t_0), le imprese in I scelgono, simultaneamente e indipendentemente, le capacità produttive desiderate;

– nel secondo stadio (t_1), le imprese in I, dopo essere venute a conoscenza del livello di capacità adottato dalle imprese in I, scelgono, simultaneamente e indipendentemente, i prezzi di offerta.

Assunzione 10: Strategie. *Una strategia della generica impresa $i \in I$ è un elemento del prodotto cartesiano* $\Xi_i = \mathbb{K}_i \times \mathbb{P}_i^{\mathbb{K}}$ *, lo spazio strategico, dove:*

– $\mathbb{K}_i = \left[0, D(c)\right]$ *è l'insieme delle capacità produttive adottabili dall'impresa i nel primo stadio del gioco; e*

– $\mathbb{P}_i^{\mathbb{K}} = \left\{p_i^k : \mathbb{K} \rightarrow \mathbb{P}_i\right\}$ *è l'insieme delle funzioni il cui dominio e codominio sono, rispettivamente,* $\mathbb{K} = \mathbb{K}_1 \times \mathbb{K}_2$ *e* $\mathbb{P}_i = \left[c, \overline{p}\right]$.

Assunzioni

Assunzione 11: Struttura temporale. *La concorrenza tra le imprese si realizza in due stadi successivi:*

– nel primo stadio (t_0), entrambe le imprese scelgono, simultaneamente e indipendentemente, i prezzi di offerta;

– nel secondo stadio (t_1), entrambe le imprese, dopo essere venute a conoscenza del prezzo adottato dall'impresa rivale, scelgono, simultaneamente e indipendentemente, le capacità produttive desiderate.

Assunzione 12: Strategie. *La strategia della generica impresa i è un elemento del prodotto cartesiano* $\Xi_i = \mathbb{P}_i \times \mathbb{K}_i^{\mathbb{P}}$ *, lo spazio strategico, dove:*

– $\mathbb{P}_i = [c, \overline{p}]$ *è l'insieme dei prezzi adottabili dall'impresa i nel primo stadio del gioco; e*

– $\mathbb{K}_i^{\mathbb{P}} = \{\mathrm{k}_i^p : \mathbb{P} \to \mathbb{K}_i\}$ *è l'insieme delle funzioni il cui dominio e codominio sono, rispettivamente,* $\mathbb{P} = \mathbb{P}_1 \times \mathbb{P}_2$ *e* $\mathbb{K}_i = [0, D(c)]$.

Assunzioni

Assunzione 13: Preferenze e costi dei consumatori. *Nel mercato esiste un numero infinito di beni ideali merceologicamente omogenei tra loro, ma diversi per la collocazione ove sono disponibili lungo un segmento di lunghezza unitaria,* [0,1]. *Nel mercato esiste un numero infinito di consumatori distribuito uniformemente lungo il segmento* [0,1]*: per ogni punto t di questo segmento esiste un consumatore t che preferisce esattamente la varietà t del bene. Ciascun consumatore acquista una singola unità del bene. Il consumatore t che acquista la qualità* θ *del bene al prezzo p, sopporta un costo complessivo per l'acquisto del bene pari a* $p + b(\theta - t)^2$ *con* $b > 0$.

Assunzione 14: Prodotti differenziati. *Ogni impresa* $i \in I$ *produce un unico bene, ossia ha un'unica collocazione,* x_i*, sul segmento* [0,1]*; senza perdita di generalità,* $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq 1$.

Assunzioni

Assunzione 15: Struttura temporale. *La concorrenza tra le imprese si realizza in due stadi successivi:*

– nel primo stadio (t_0), le imprese in I scelgono, simultaneamente e indipendentemente, la varietà del prodotto (la collocazione) desiderata;

– nel secondo stadio (t_1), le imprese in I, dopo essere venute a conoscenza della varietà (collocazione) adottata dalle imprese in I, scelgono, simultaneamente e indipendentemente, i prezzi di offerta.

Assunzione 16: Strategie. *Una strategia della generica impresa $i \in I$ è un elemento del prodotto cartesiano $\Upsilon_i = \mathbb{X}_i \times \mathbb{P}_i^{\mathbb{X}}$, lo spazio strategico, dove:*

– $\mathbb{X}_i$ è l'insieme delle varietà adottabili dall'impresa i nel primo stadio del gioco ($\mathbb{X}_1 = [0, x_2]$ e $\mathbb{X}_2 = [0,1]$); e

– $\mathbb{P}_i^{\mathbb{X}} = \{\mathrm{p}_i^x : \mathbb{X} \to \mathbb{P}_i\}$ è l'insieme delle funzioni il cui dominio e codominio sono, rispettivamente, $\mathbb{X} = \mathbb{X}_1 \times \mathbb{X}_2$ e $\mathbb{P}_i = [c, \infty]$.

Assunzioni

Assunzione 20: Struttura temporale. *Ad ogni tempo* $t \in \mathbb{N}_0$ *le imprese in* I *scelgono simultaneamente i prezzi di offerta che saranno adottati in quel tempo*.

Assunzione 21: Strategie. *Una strategia della generica impresa* $i \in I$ *è un elemento del prodotto cartesiano* $\Theta_i = [c, \overline{p}] \times \mathbb{P}_i^{\mathbb{F}_0} \times \mathbb{P}_i^{\mathbb{F}_1} \times \ \dots \ \times \mathbb{P}_i^{\mathbb{F}_t} \times \ \dots$, *lo spazio strategico, dove:*

– $\mathbb{E}_t = [c, \overline{p}] \times [c, \overline{p}]$ *è l'insieme dei prezzi adottati dalle imprese al tempo t;*

– $\mathbb{F}_0 = \mathbb{E}_0$; $\mathbb{F}_t = \mathbb{E}_0 \times \mathbb{E}_1 \times \ \dots \ \times \mathbb{E}_t$;

– $\mathbb{P}_i^{\mathbb{F}_t} = \left\{ \mathrm{p}_i^{F_t} : \mathbb{F}_t \to [c, \overline{p}] \right\}$ *è l'insieme delle funzioni il cui dominio e codominio sono, rispettivamente,* $\mathbb{F}_t$ *e* $[c, \overline{p}]$.

Il modello di Bertrand: N imprese

Per estendere ad n imprese il modello di Bertrand manteniamo le Assunzioni 2-4 e 6-8. L'Assunzione 1 è sostituita dall'Assunzione 1*.

Assunzione 1*: Numero di imprese. $I = \{1, 2, \dots, n\}$ *è l'insieme finito delle imprese concorrenti all'interno del mercato considerato.*

Un semplice modello

Assunzione 1: Numero di imprese. *$I = \{M, E\}$ è l'insieme finito delle imprese concorrenti all'interno del mercato considerato. M è un monopolista e E è un potenziale entrante.*

Assunzione 2: Prodotti omogenei. *Ogni impresa $i \in I$ produce un unico bene; i beni prodotti dalle imprese in I sono tra loro omogenei.*

Assunzione 3: Domanda di mercato. *Le preferenze dei consumatori determinano la funzione di domanda $p = P(Q)$, dove p è il prezzo di domanda e Q è la quantità domandata dal mercato, dotata delle seguenti caratteristiche tecniche:*

$$P(Q) = d - bQ \quad \forall Q \in [0, d/b]$$
$$P(Q) = 0 \;\; per \;\; Q \geq d/b.$$

Un semplice modello

Assunzione 4: Costi. *I costi di produzione che l'impresa* $i \in I$ *deve sostenere sono definiti dalla funzione* $C(q_i) = cq_i$, *dove* q_i *è la quantità prodotta e venduta dalla generica impresa i, mentre c è il costo medio e marginale.*

Assunzione 5: Struttura temporale. *Al tempo* t_0 *l'impresa M decide quanto produrre; al tempo* t_1 *l'impresa E, una volta venuta a conoscenza della quantità decisa da M, decide quanto produrre col vincolo che se M ha deciso nel primo stadio di produrre una quantità maggiore o uguale a Y, allora E non entra nel mercato (la quantità scelta è pari a zero).*

Assunzione 6: Strategie. *Una strategia dell'impresa M è un numero reale* $q_M \in \mathbb{Q}_M = [0, a/b]$, *dove* $a = d - c$; *una strategia dell'impresa E è una funzione definita in* $\mathbb{Q}_M$ *e avente valore in* $[0, a/b - q_M]$: $\mathbb{Q}_E = \{q_E : \mathbb{Q}_M \to [0, a/b - q_M]\}$. *Lo spazio strategico è quindi dato da* $\mathbb{Q} = \mathbb{Q}_M \times \mathbb{Q}_E$. *Tutte le funzioni in* $\mathbb{Q}_E$ *hanno la proprietà che se* $q_M \geq Y$, *allora* $q_E = 0$

Il modello di Bain-Sylos Labini-Modigliani

Assunzione 4*: Costi. *I costi di produzione che l'impresa* $i \in I$ *deve sostenere sono definiti dalla funzione* $C(q_i) = cq_i + F$*, dove* q_i *è la quantità prodotta e venduta dalla generica impresa i, c è il costo marginale, e F è il costo fisso.*

Assunzione 5*: Struttura temporale. *Al tempo* t_0 *l'impresa M decide quanto produrre; al tempo* t_1 *l'impresa E decide quanto produrre; la quantità prodotta da E è positiva solo se il suo profitto è positivo, altrimenti E non entra nel mercato (la quantità decisa è 0).*

Il modello di Dixit

Assunzione 4: Costi**. *I costi di produzione che l'impresa* $i \in I$ *deve sostenere sono definiti dalla funzione* $C(q_i) = (c + r)q_i + F$, *dove* q_i *è la quantità prodotta e venduta dalla generica impresa* i, $c + r$ *è il costo marginale, e* F *è il costo fisso.*

Assunzione 5: Struttura temporale**. *Al tempo* t_0 *l'impresa* M *sostiene la parte* r *del costo variabile medio su una quantità che chiameremo* $k_M \in [0, a/b]$, *dove* $a = d - c$; *al tempo* t_1 *l'impresa* E *decide se entrare o meno nel mercato; al tempo* t_2 *le imprese* M *ed* E *fissano le quantità prodotte* $q_j \in [0, a/b]$ *in un gioco alla Cournot.*

Il modello di Dixit

Assunzione 6*: Strategie. Le strategie a disposizione dell'impresa M sono $[0,a/b]\times\mathbb{Q}_M$ mentre quelle a disposizione dell'impresa E sono, $\mathbb{E}_E\times\mathbb{Q}_E$. $\mathbb{E}_E=\{e:[0,a/b]\rightarrow\{0,1\}\}$ rappresenta l'insieme delle funzioni definite nell'insieme $[0, a/b]$ delle scelte di M relative a k_M ed hanno valore nei numeri interi 0 (decisione di non entrare) e 1 (decisione di entrare), $\mathbb{Q}_M=\{q_M:[0,a/b]\times\{0,1\}\rightarrow[0,a/b]\}$ rappresenta l'insieme delle funzioni definite nell'insieme nel prodotto cartesiano tra $[0, a/b]$ delle scelte di M al primo stadio e $\{0, 1\}$ delle scelte di E al secondo stadio ed hanno valore nella scelta di $q_M \in [0, a/b]$ nel terzo stadio, e $\mathbb{Q}_E=\{q_E:[0,a/b]\times\{0,1\}\rightarrow[0,a/b]\}$ rappresenta l'insieme delle funzioni definite nell'insieme nel prodotto cartesiano tra $[0, a/b]$ delle scelte di M al primo stadio e $\{0, 1\}$ delle scelte di E al secondo stadio ed hanno valore nella scelta di $q_E \in [0, a/b]$ nel terzo stadio.

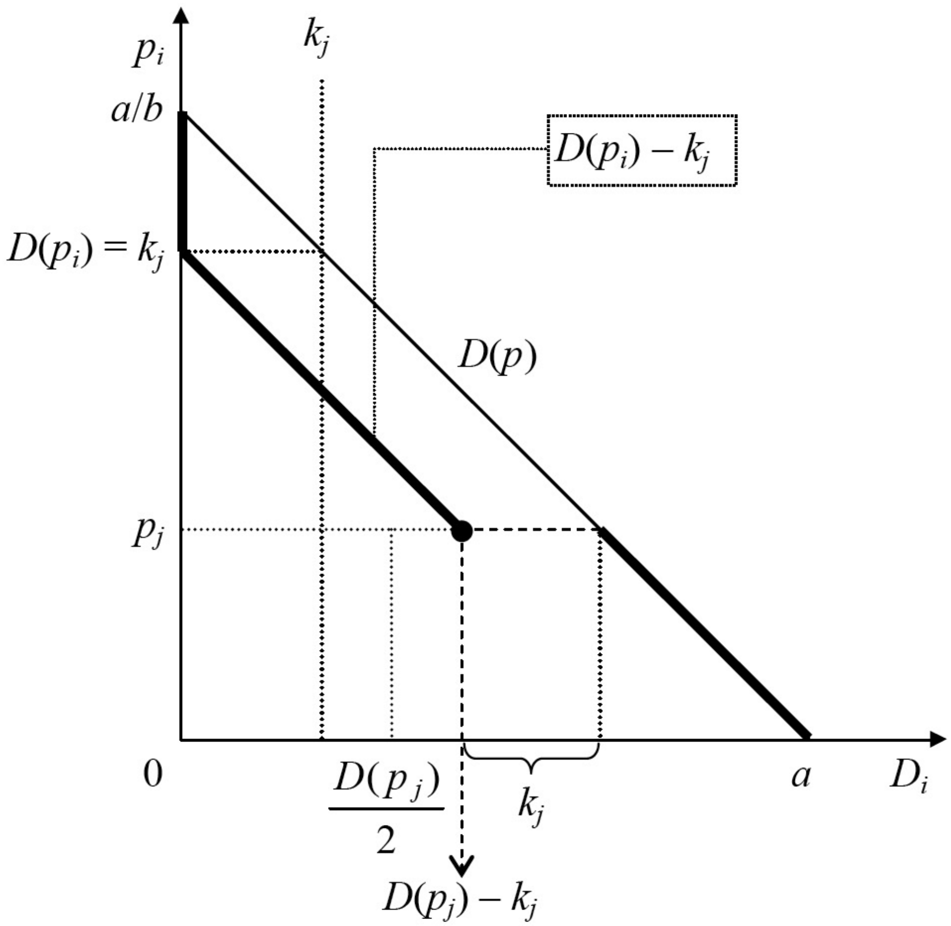
Economia Industriale

Diapositive per gli esami

Parte II

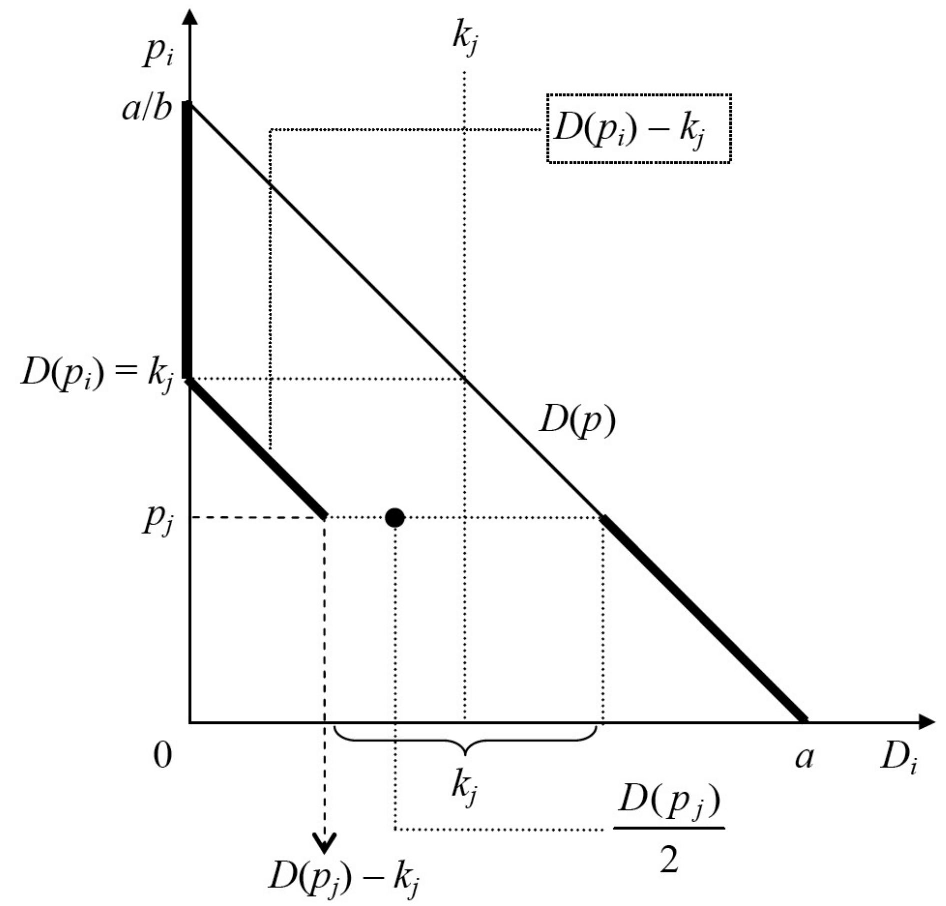
La concorrenza alla Bertrand

Figura 1.1. – *Domanda individuale dell'impresa i quando* $k_j < D(p_j)/2$



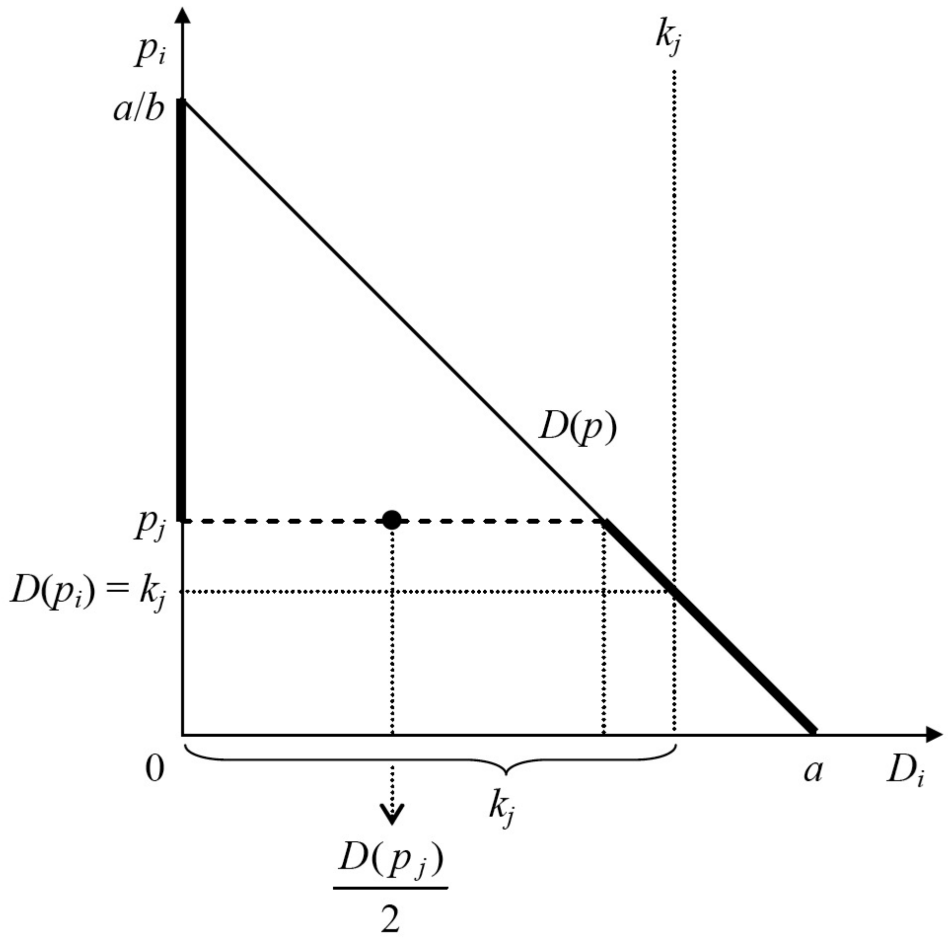
La concorrenza alla Bertrand

Figura 1.2. – *Domanda individuale dell'impresa i quando $D(p_j)/2 < k_j < D(p_j)$*



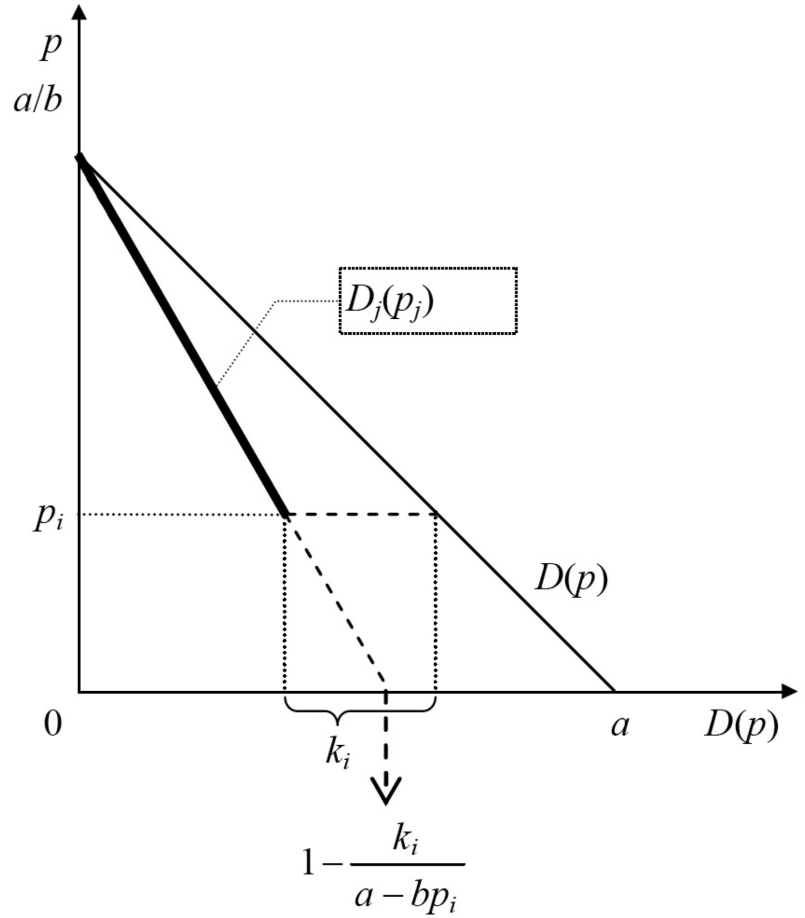
La concorrenza alla Bertrand

Figura 1.3. – *Domanda individuale dell'impresa i quando* $k_j > D(p_j)$



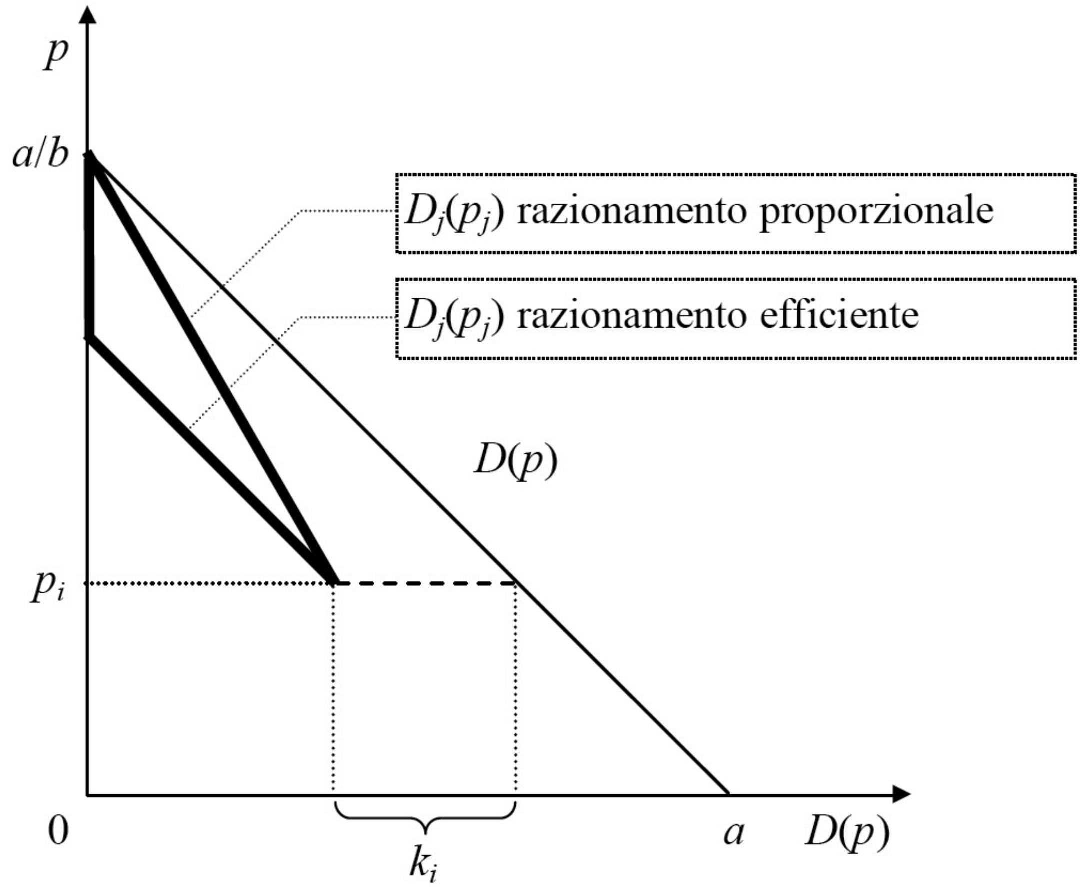
Regole di razionamento della domanda

Figura 1.4. – *Domanda residua con la regola del razionamento proporzionale*



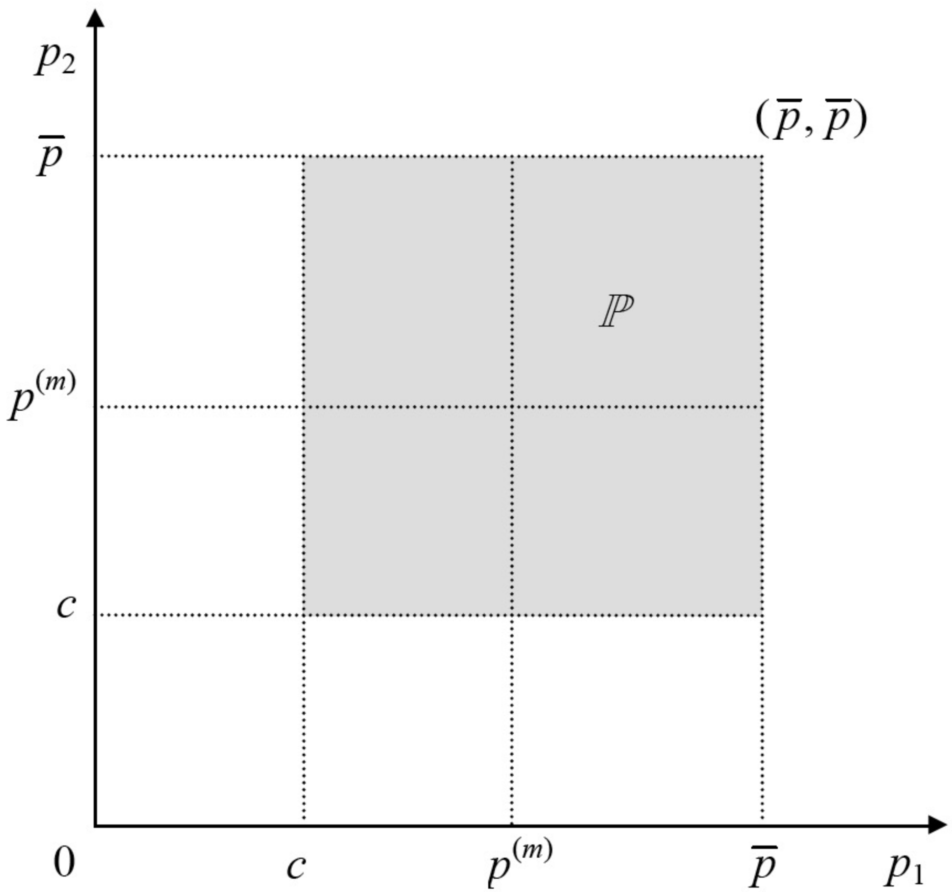
Regole di razionamento della domanda

Figura 1.5. – *Domande residue a confronto*



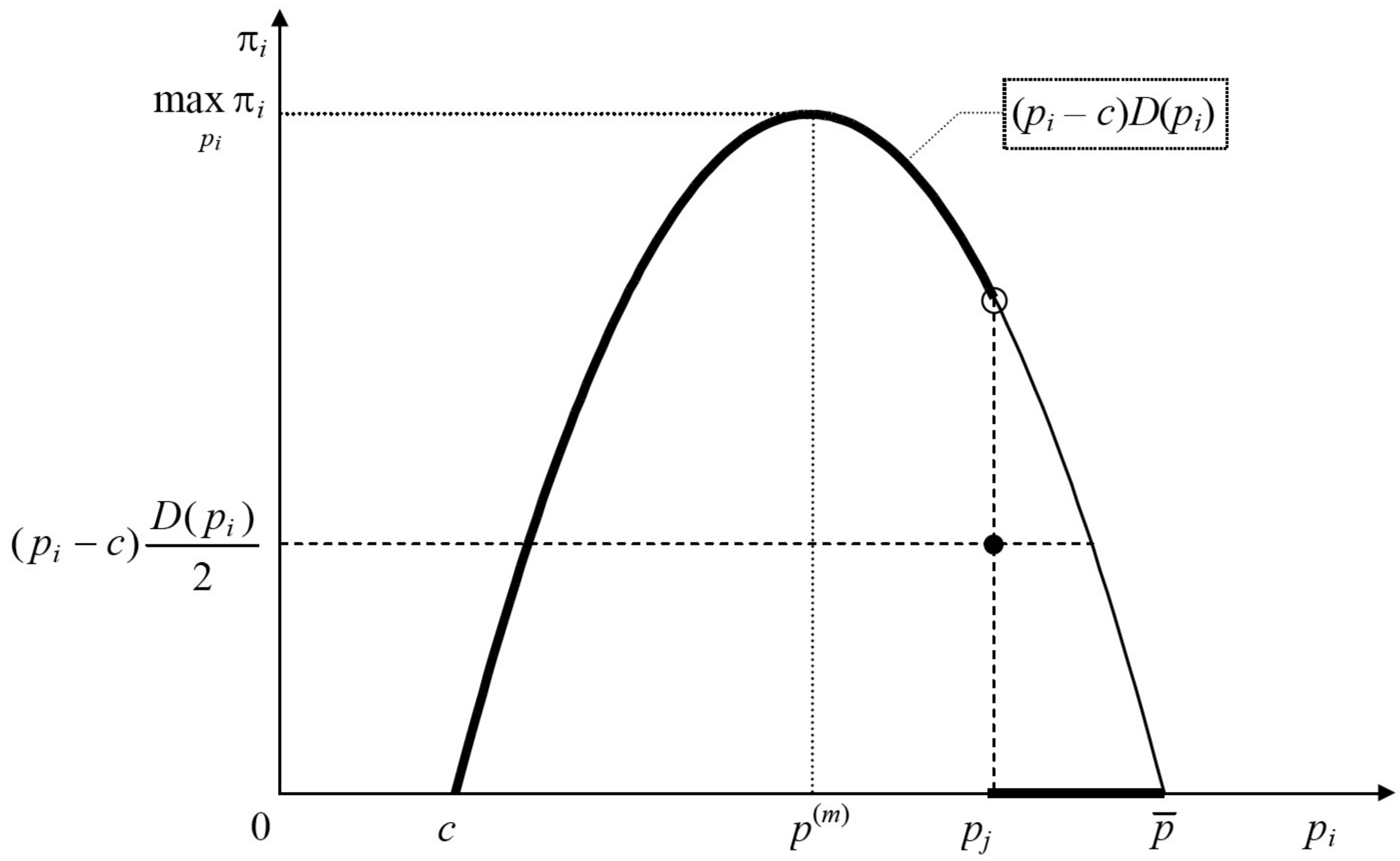
Il modello di Bertrand

Figura 2.1. – *Insieme strategico* $\mathbb{P}$.



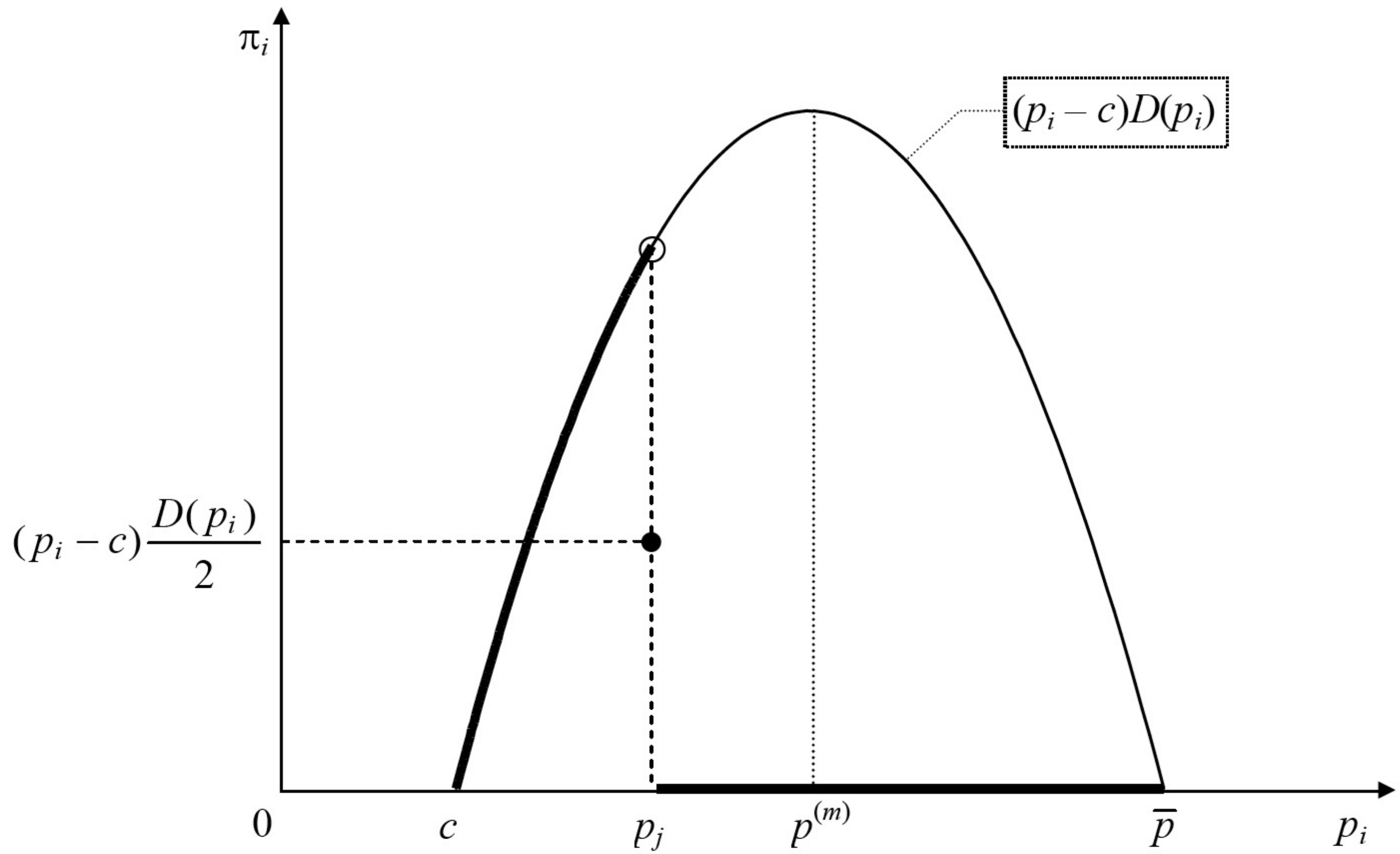
Il modello di Bertrand

Figura 2.2. – *La funzione del profitto variabile dell'impresa i quando* $p^{(m)} < p_j \leq \overline{p}$.



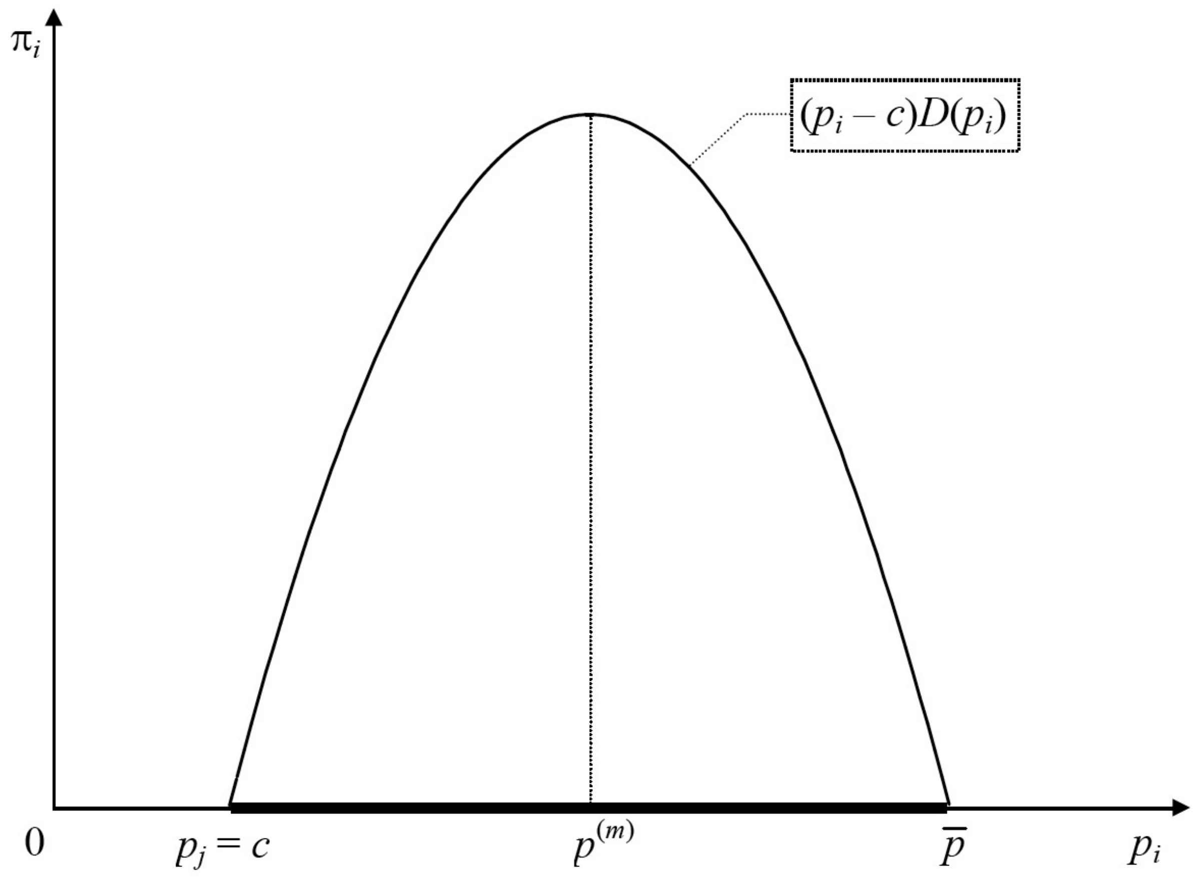
Il modello di Bertrand

Figura 2.3. – *La funzione del profitto variabile dell'impresa i quando $c < p_j < p^{(m)}$.*



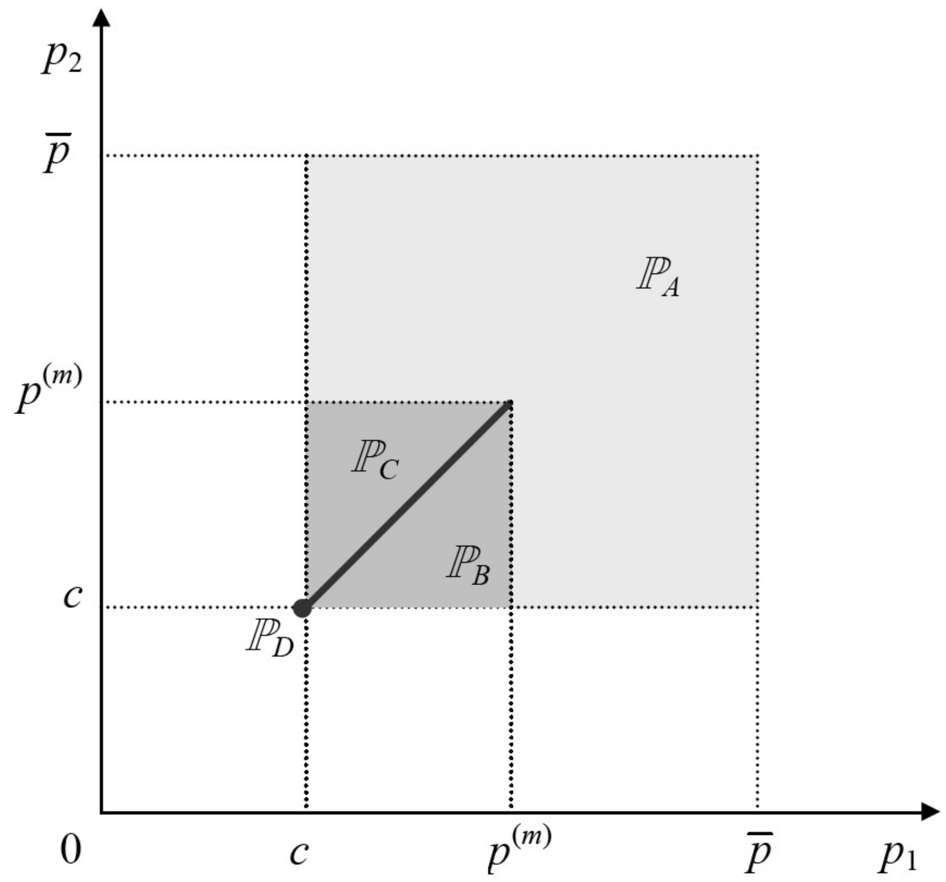
Il modello di Bertrand

Figura 2.4. – *La funzione del profitto variabile dell'impresa i quando* $p_j = c$.



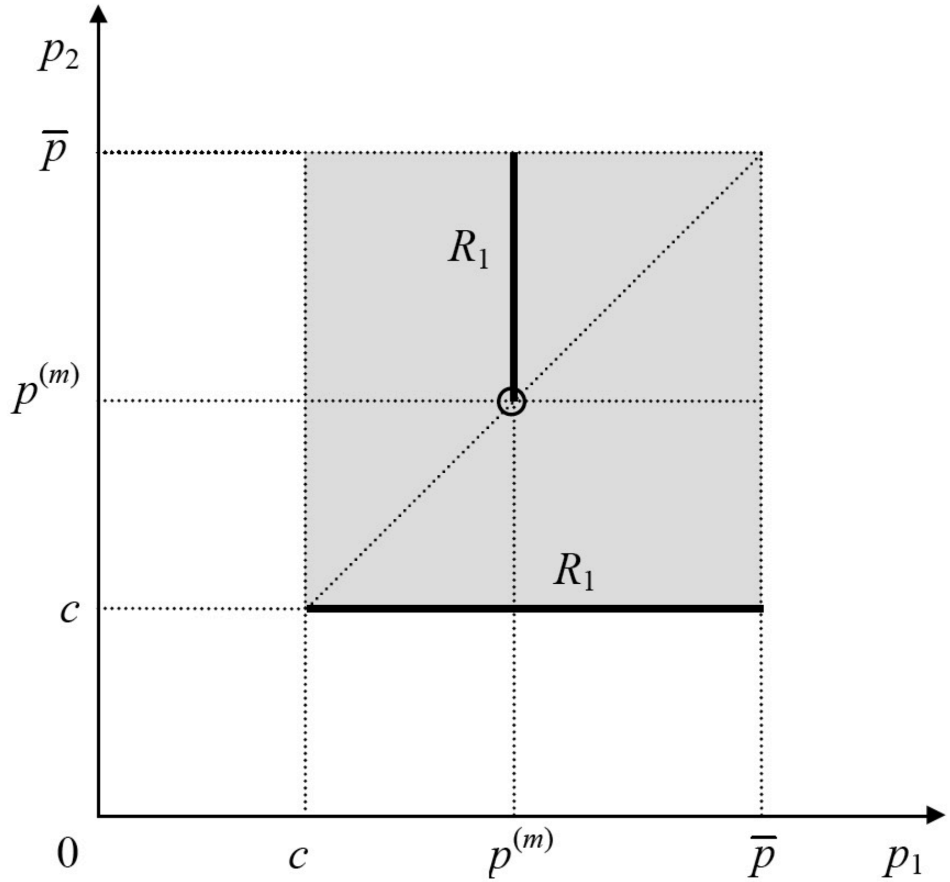
Il modello di Bertrand

Figura 2.5. – *Partizione dell'insieme strategico*



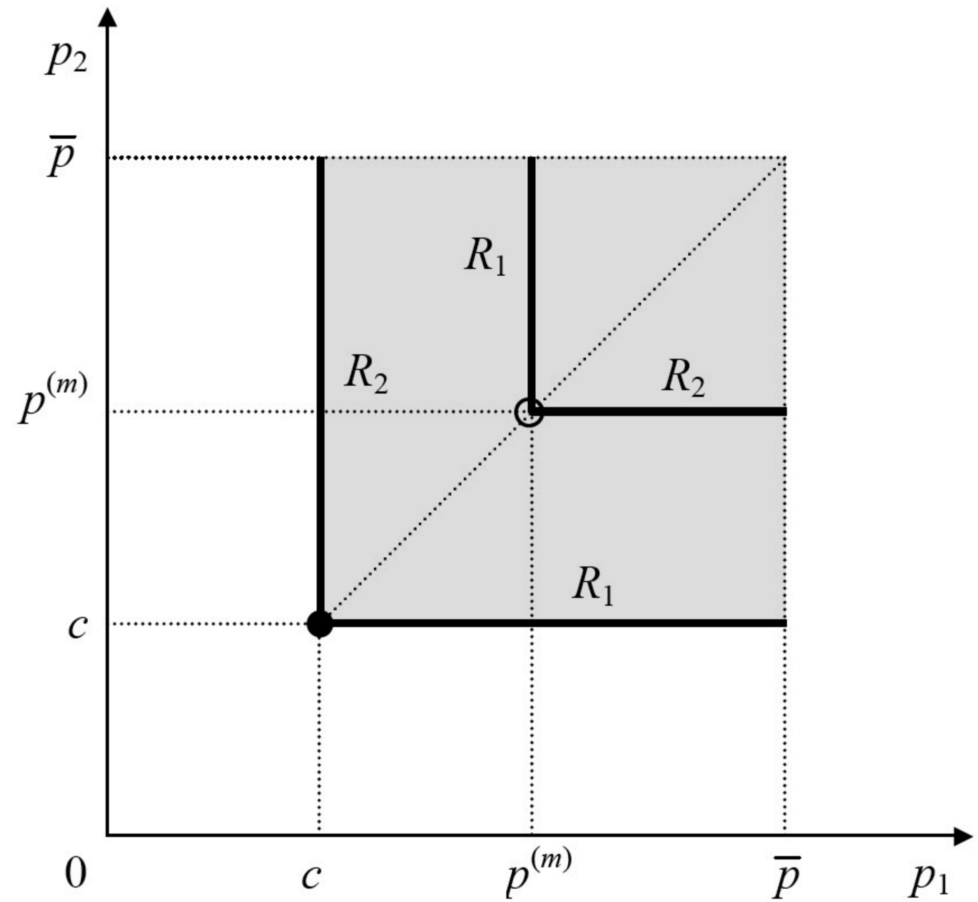
Il modello di Bertrand

Figura 2.6. – *La curva di reazione dell'impresa i*



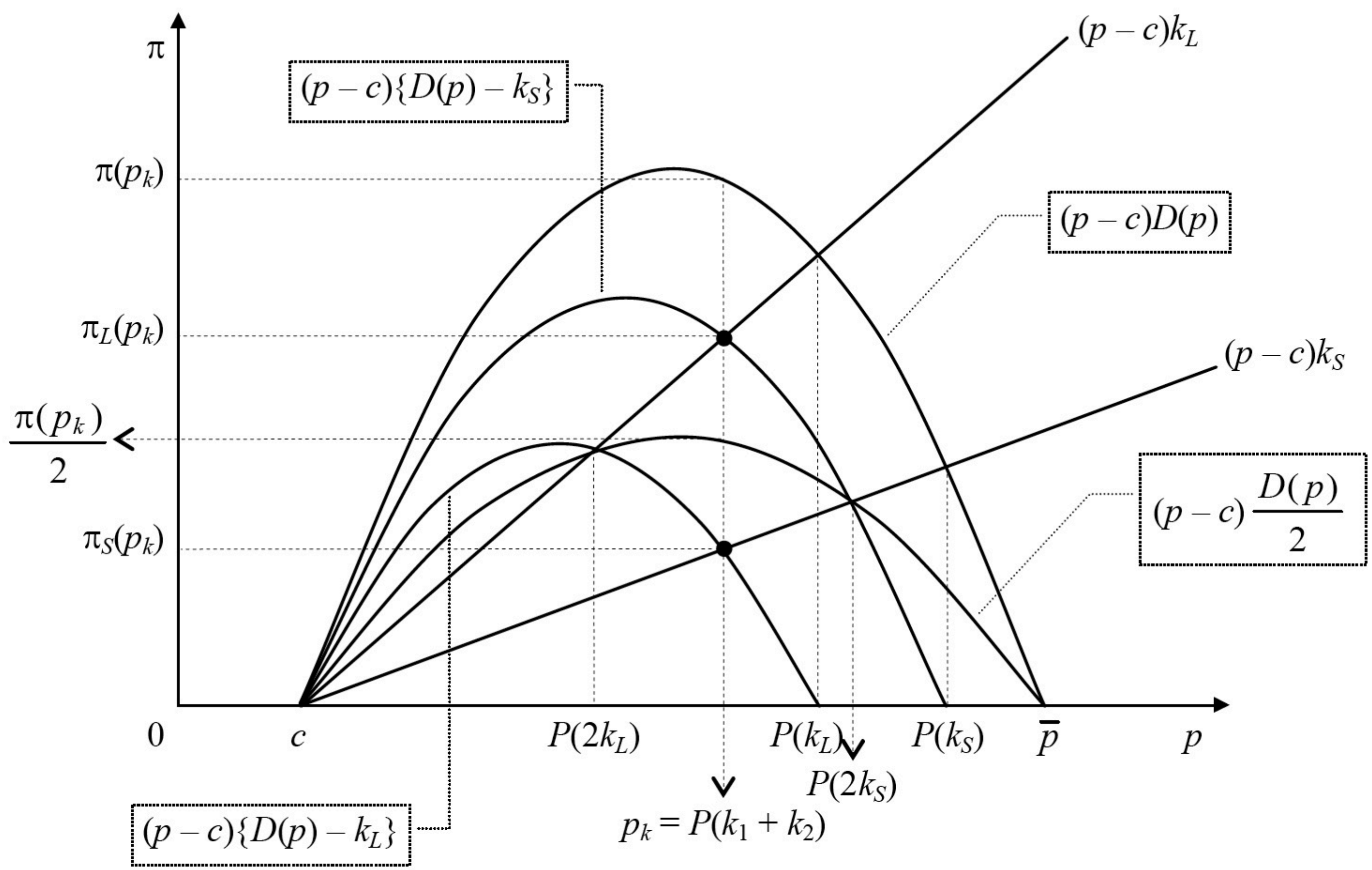
Il modello di Bertrand

Figura 2.7. – *Curve di reazione ed equilibrio di Bertrand*



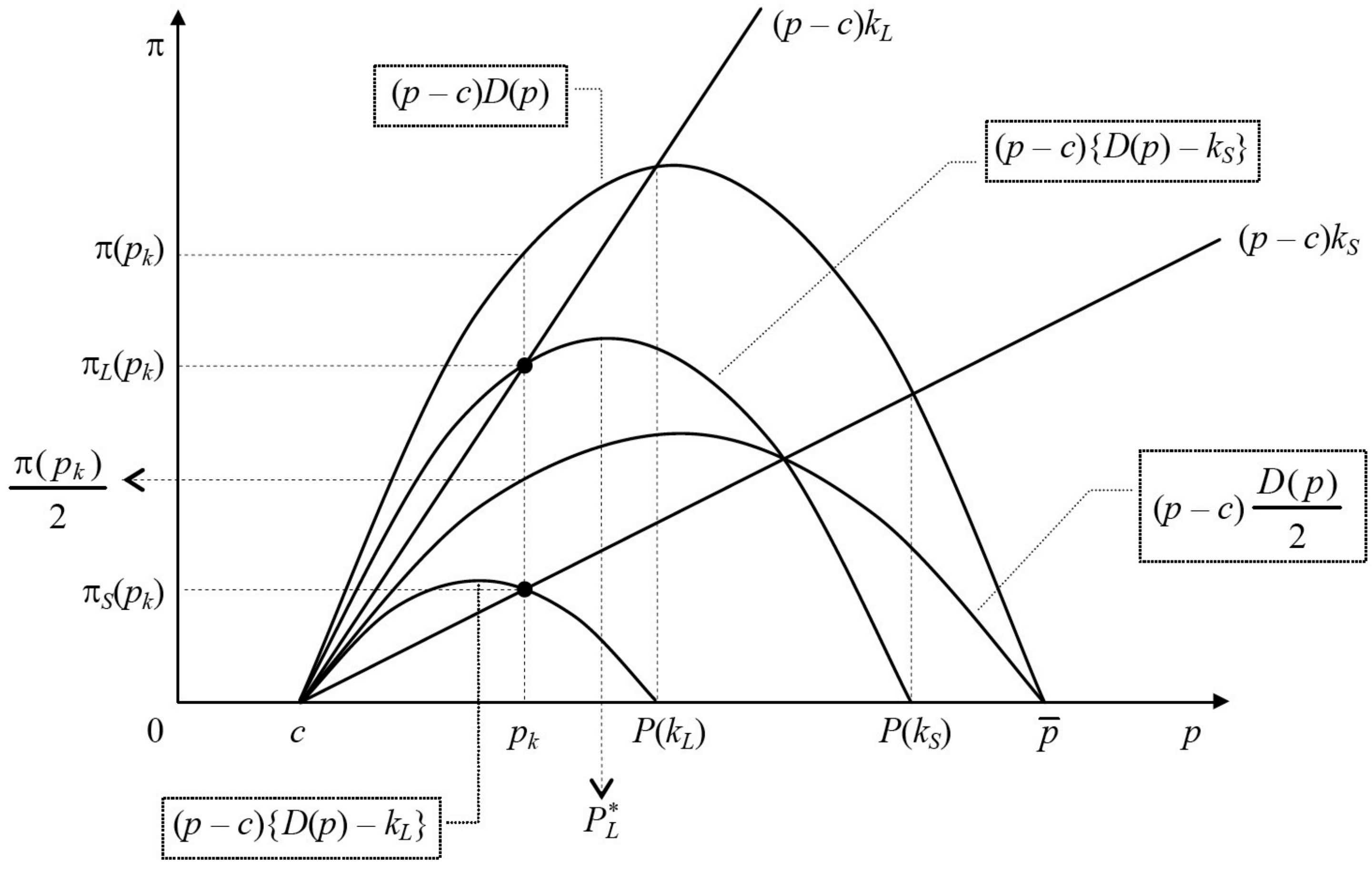
Il modello di Edgeworth

Figura 3.1. – *Schema delle funzioni del profitto*



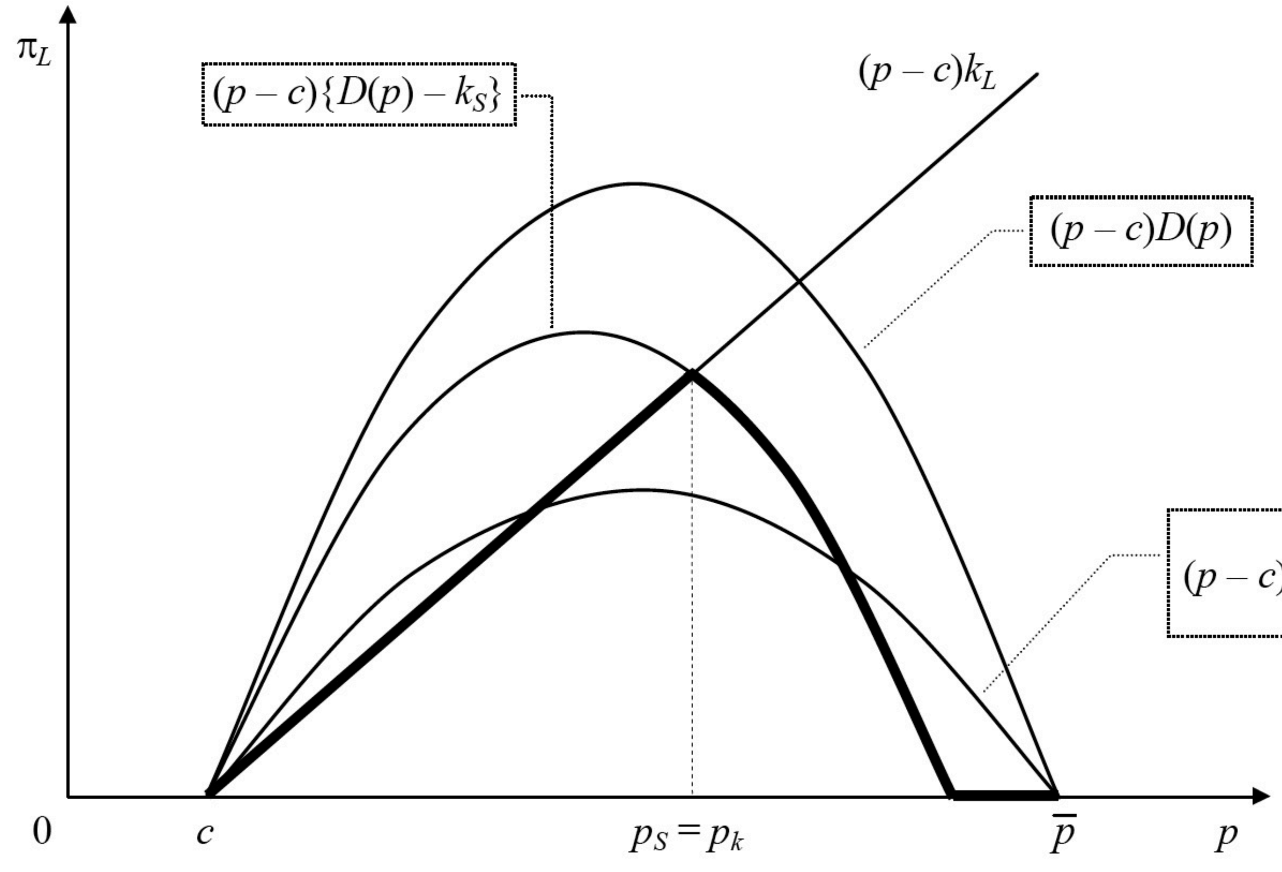
Il modello di Edgeworth

Figura 3.2. – *Schema delle funzioni del profitto, altro caso*



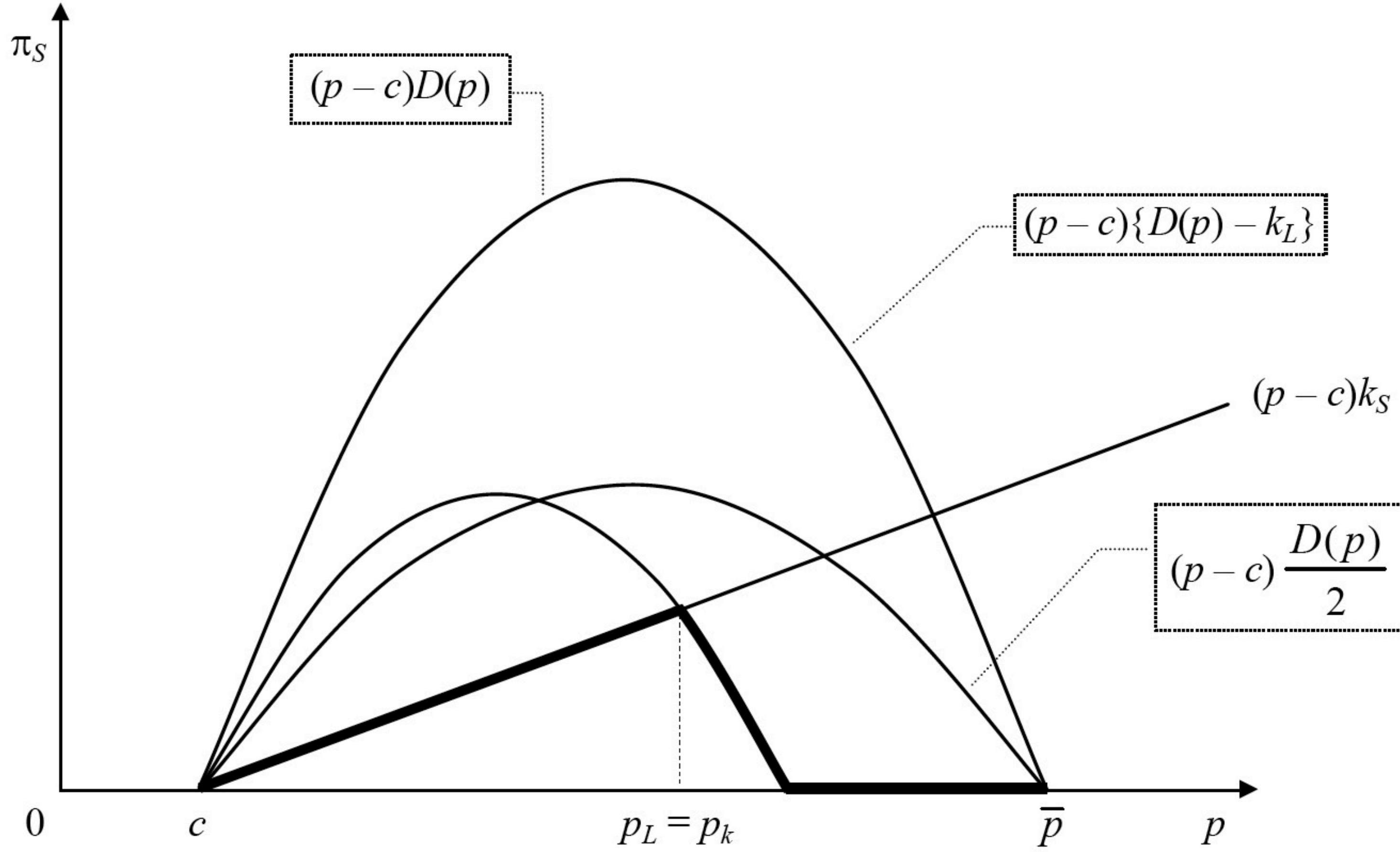
Il modello di Edgeworth

Figura 3.3. – *La funzione del profitto dell'impresa L, quando $p_S \leq p_k$*



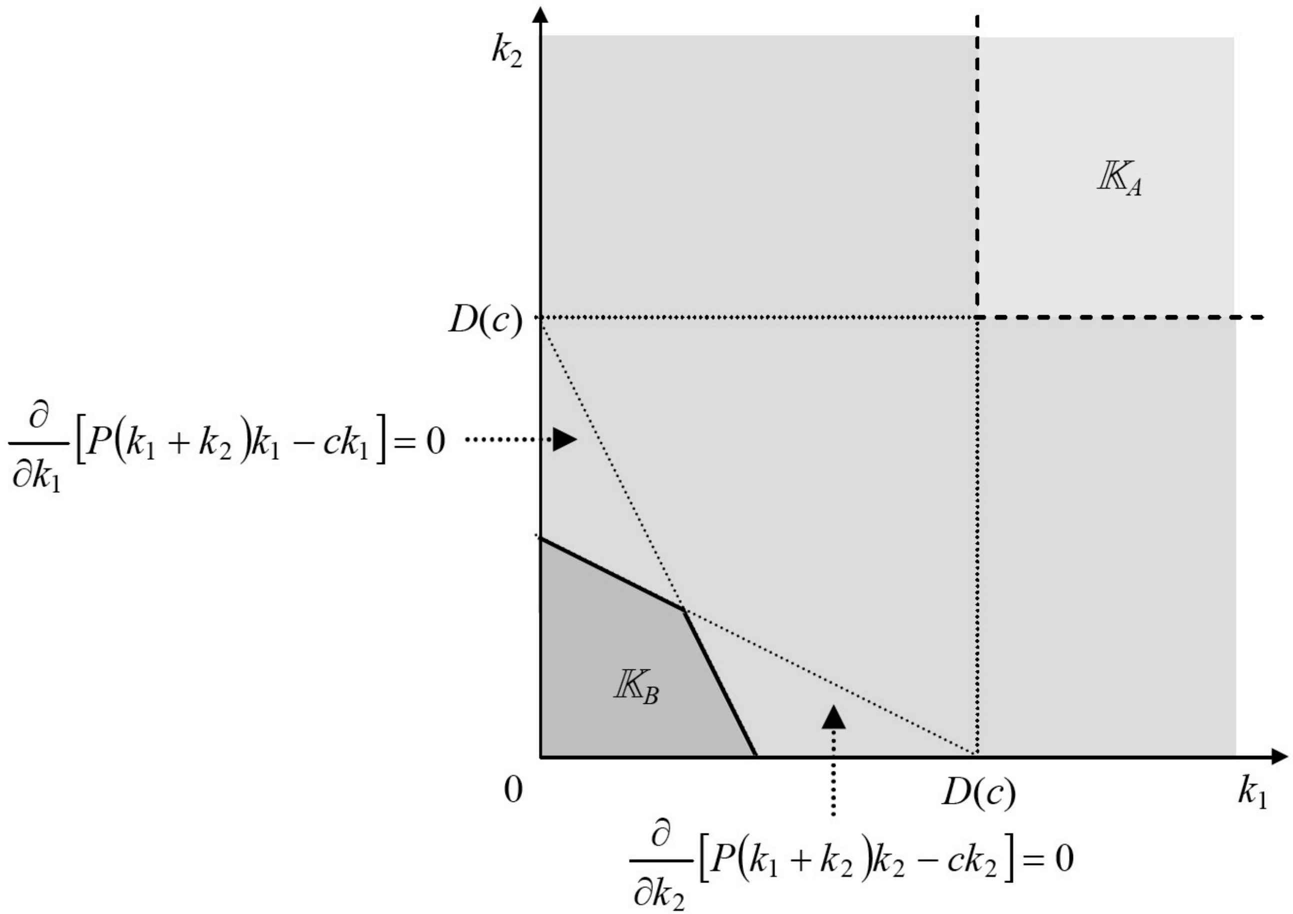
Il modello di Edgeworth

Figura 3.4. – *La funzione del profitto dell'impresa S, quando* $p_L \leq p_k$



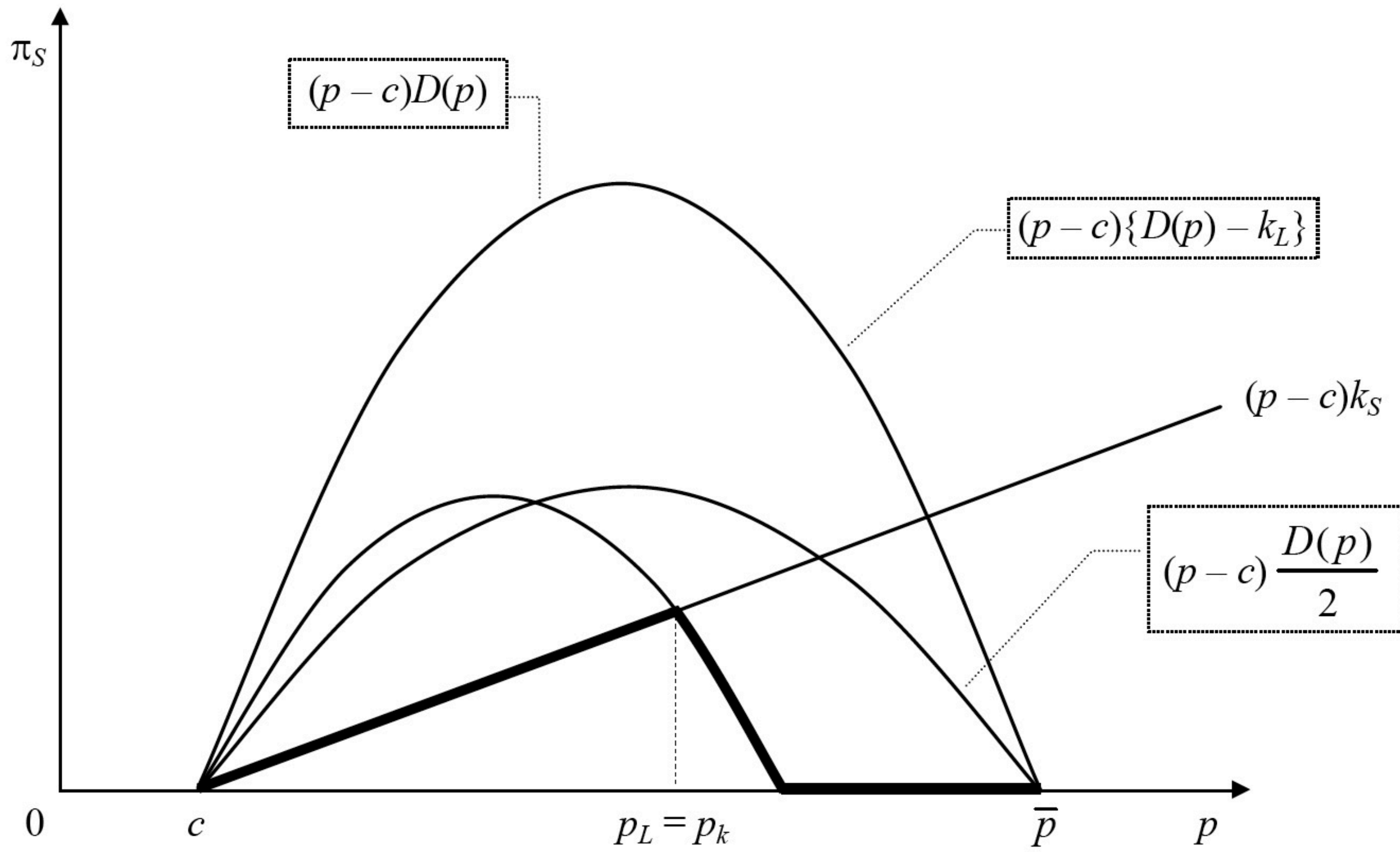
Il modello di Edgeworth

Figura 3.5. – *Gli insiemi* $\mathbb{K}_A$ *e* $\mathbb{K}_B$



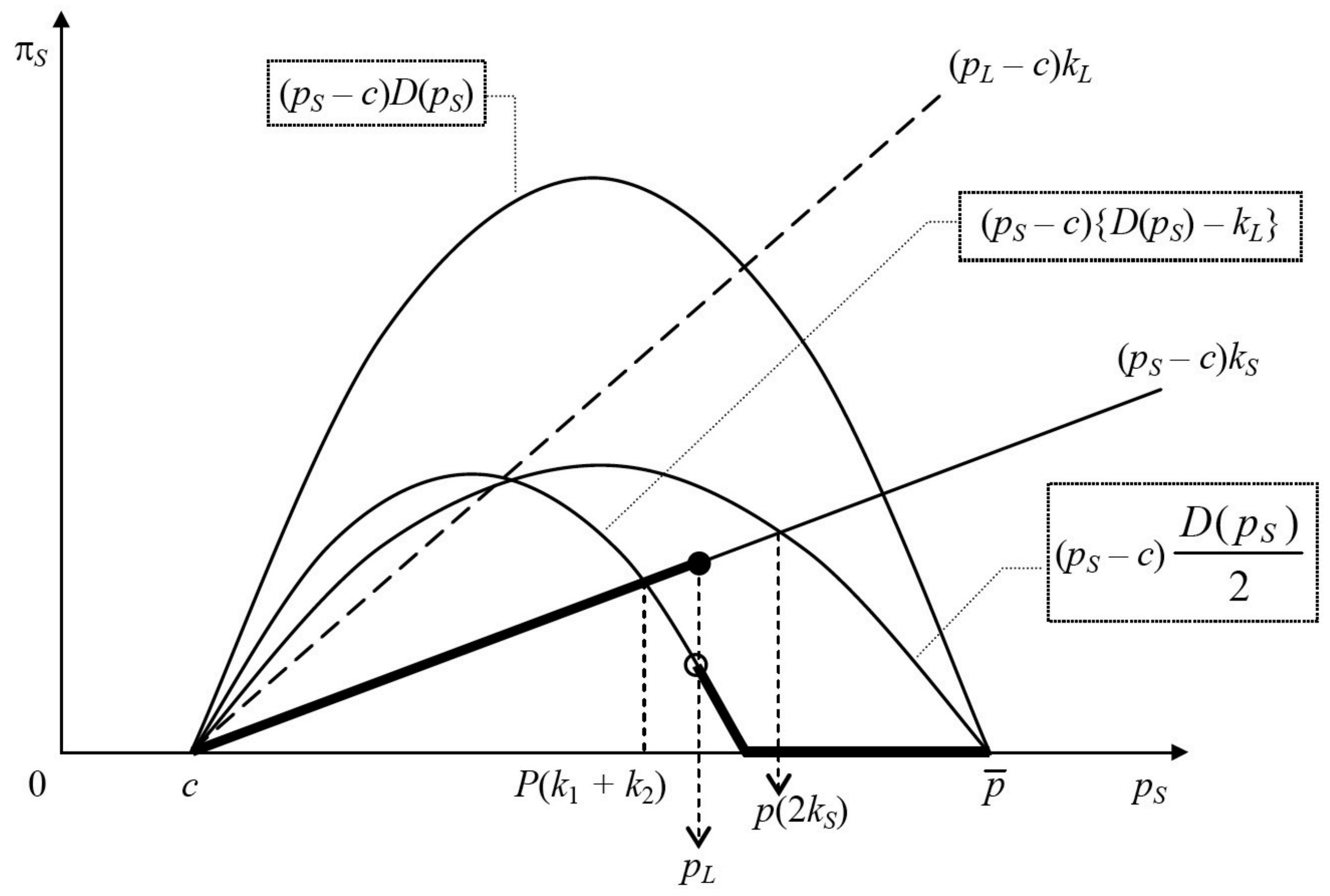
Il modello di Edgeworth

Figura 3.4. – *La funzione del profitto dell'impresa S, quando* $p_L \leq p_k$



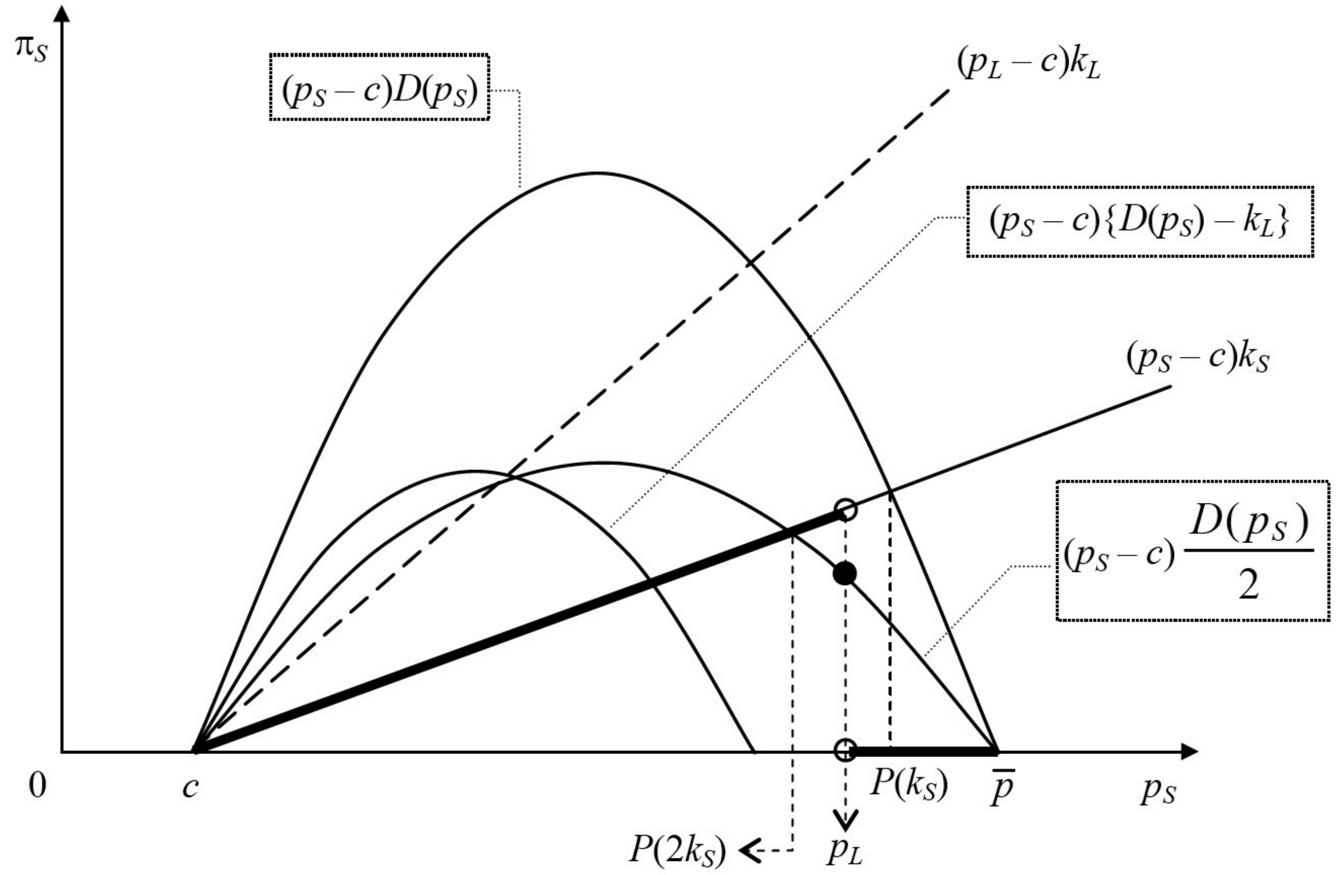
Il modello di Edgeworth

Figura 3.6. – *La funzione del profitto variabile dell'impresa S quando* $P(k_1 + k_2) < p_L \leq P(2k_S)$



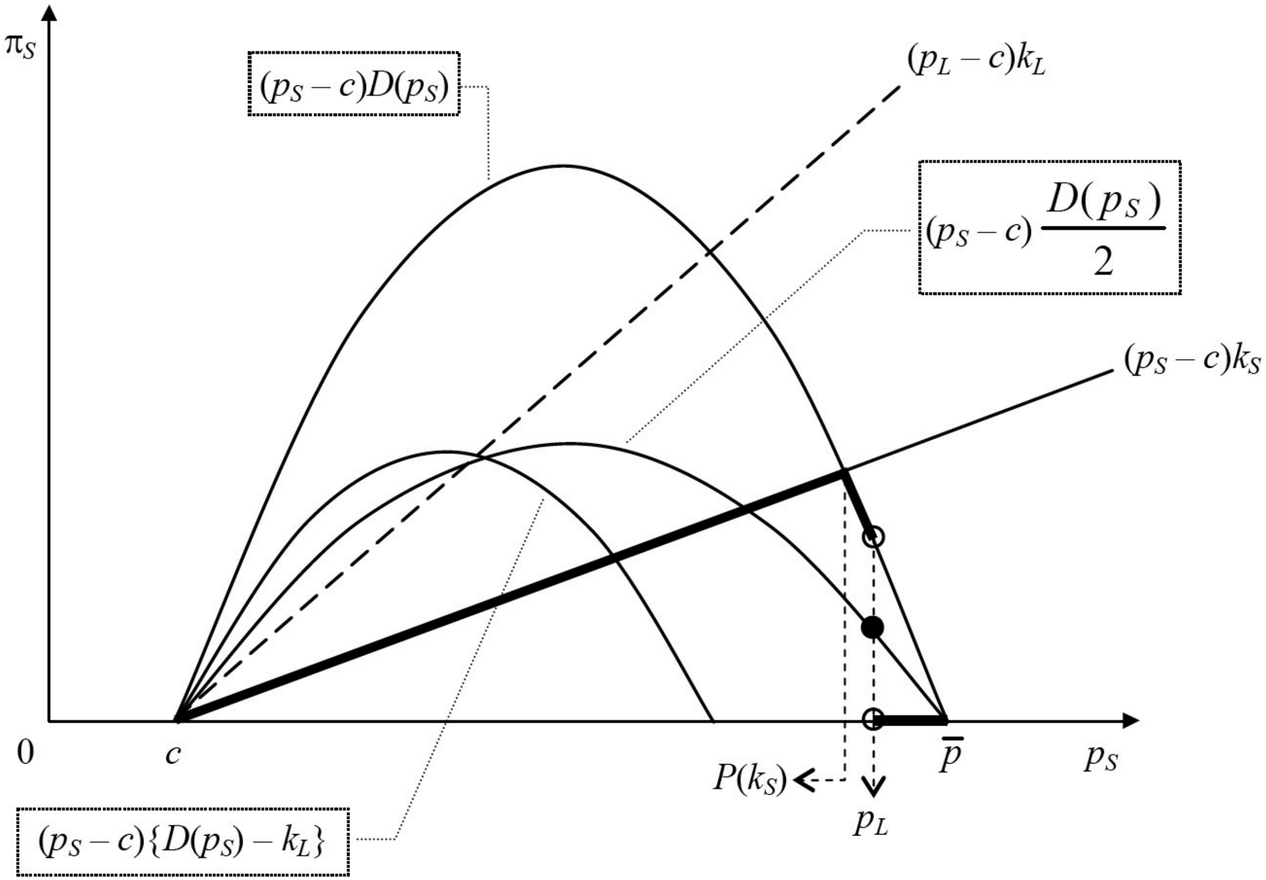
Il modello di Edgeworth

Figura 3.7. – *La funzione del profitto variabile dell'impresa S quando* $P(2k_S) < p_L \leq P(k_S)$



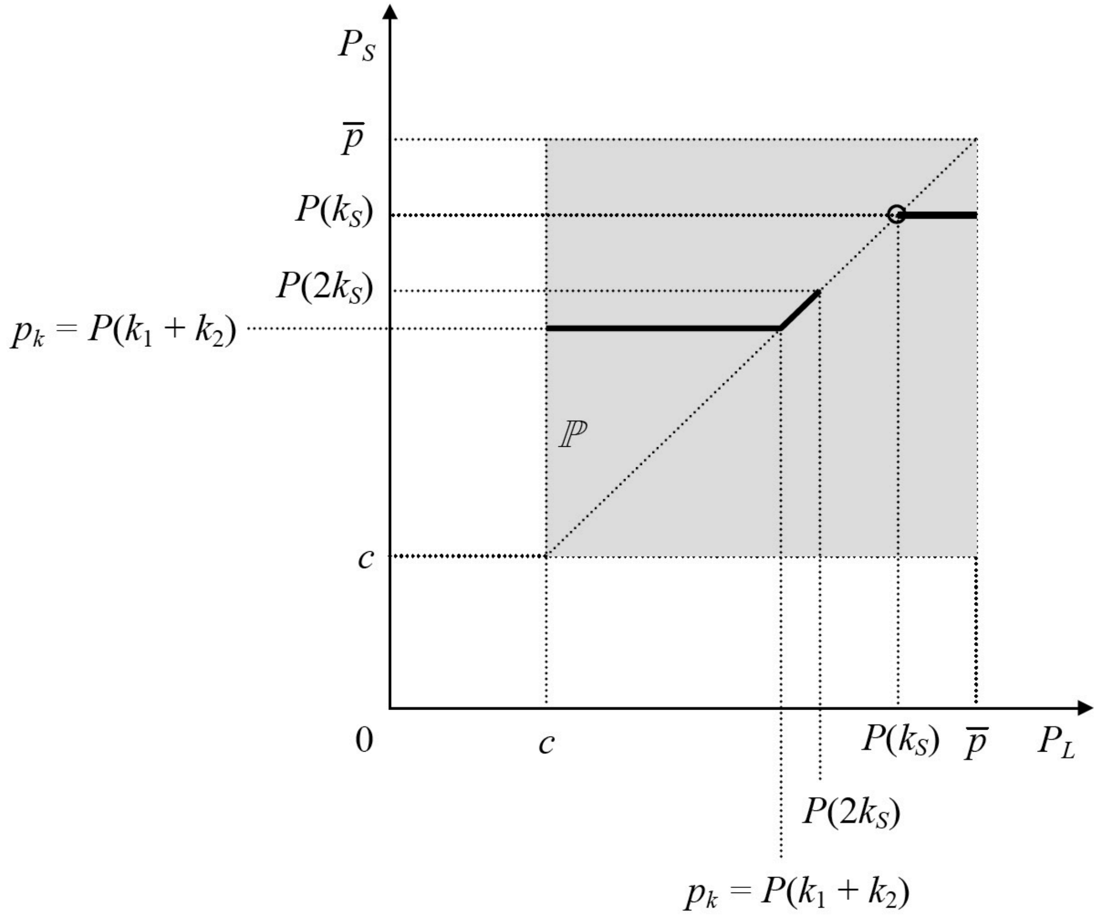
Il modello di Edgeworth

Figura 3.8. – *La funzione del profitto variabile dell'impresa S quando* $P(k_S) < p_L \leq \overline{p}$



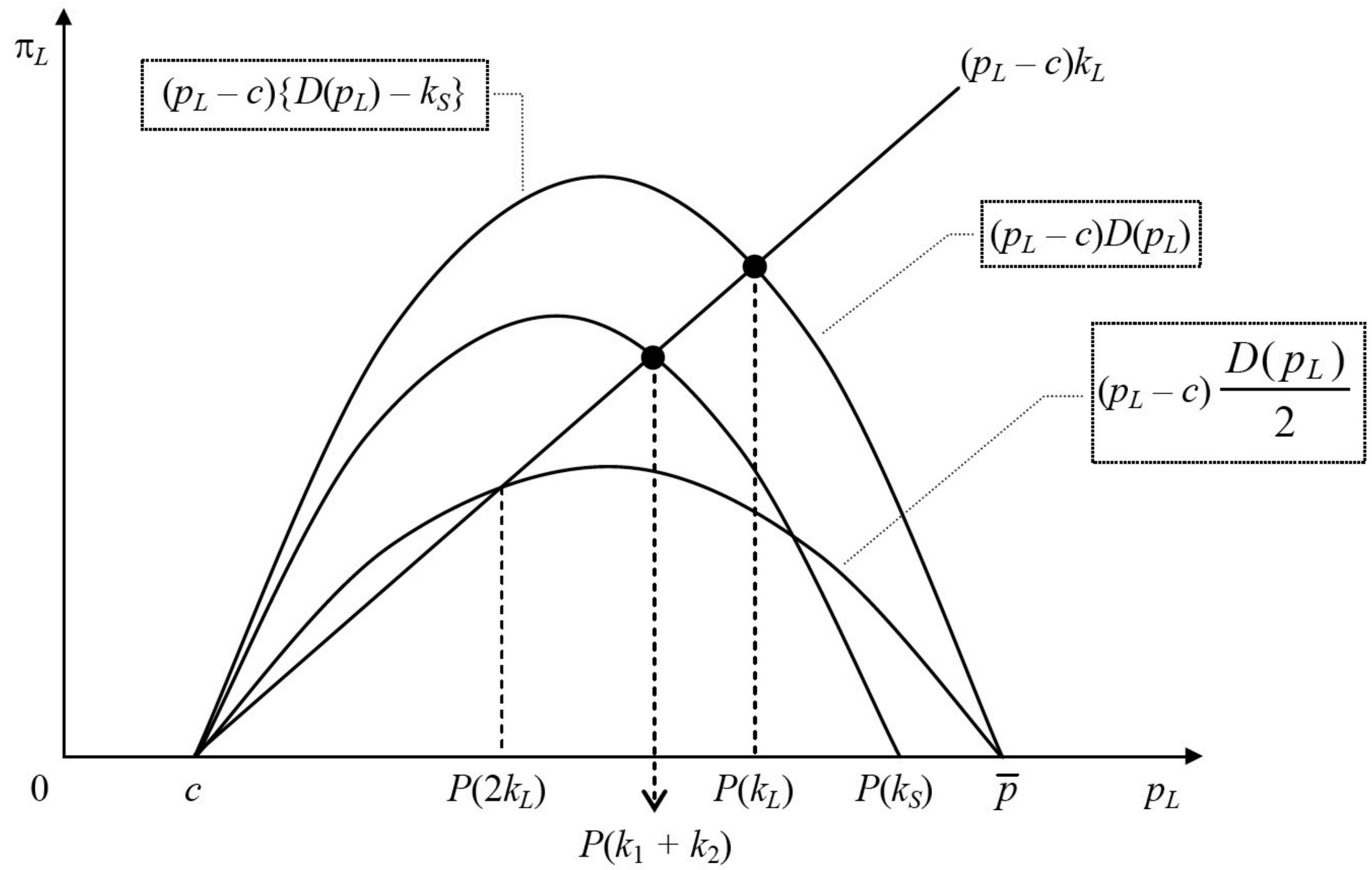
Il modello di Edgeworth

Figura 3.9. – *La curva di reazione dell'impresa S quando* $(k_1, k_2) \in \mathbb{K}_B$



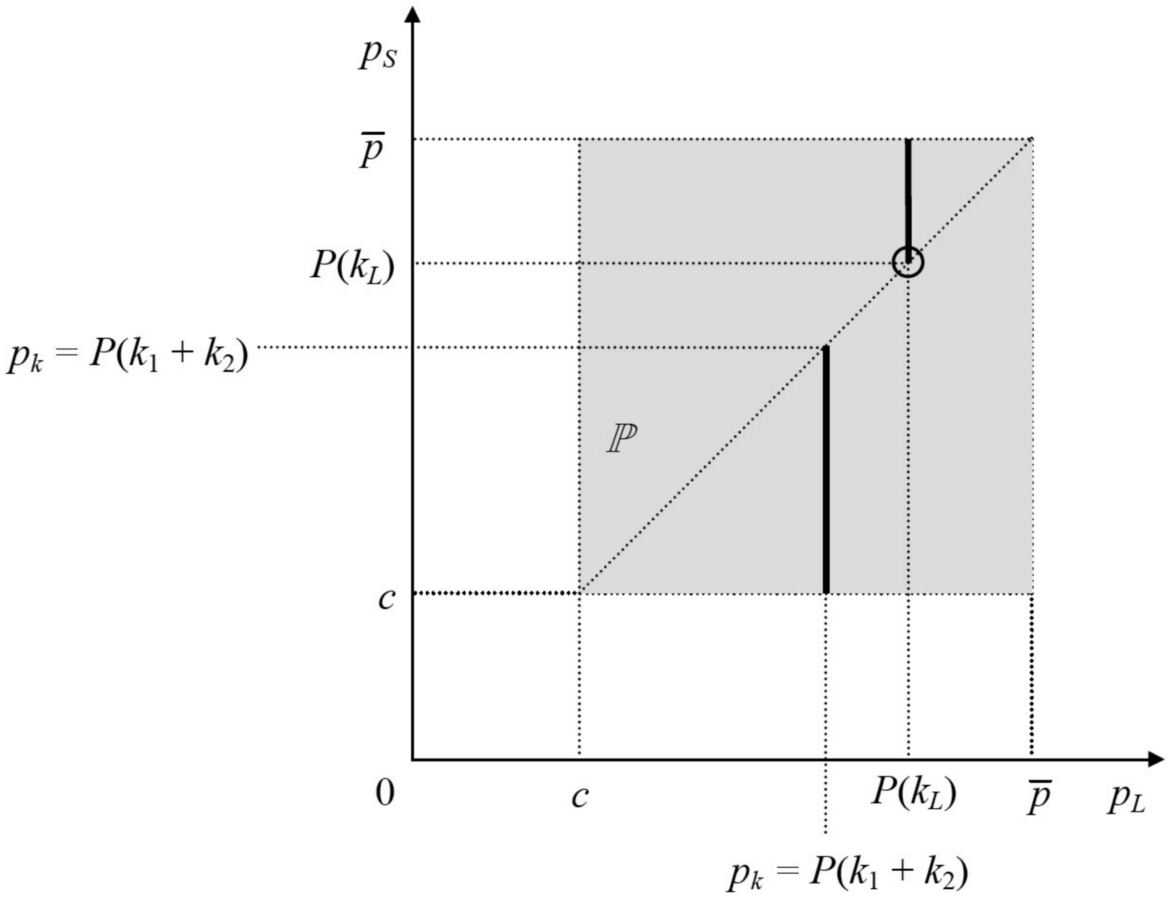
Il modello di Edgeworth

Figura 3.10. – *Schema delle funzioni del profitto dell'impresa L*



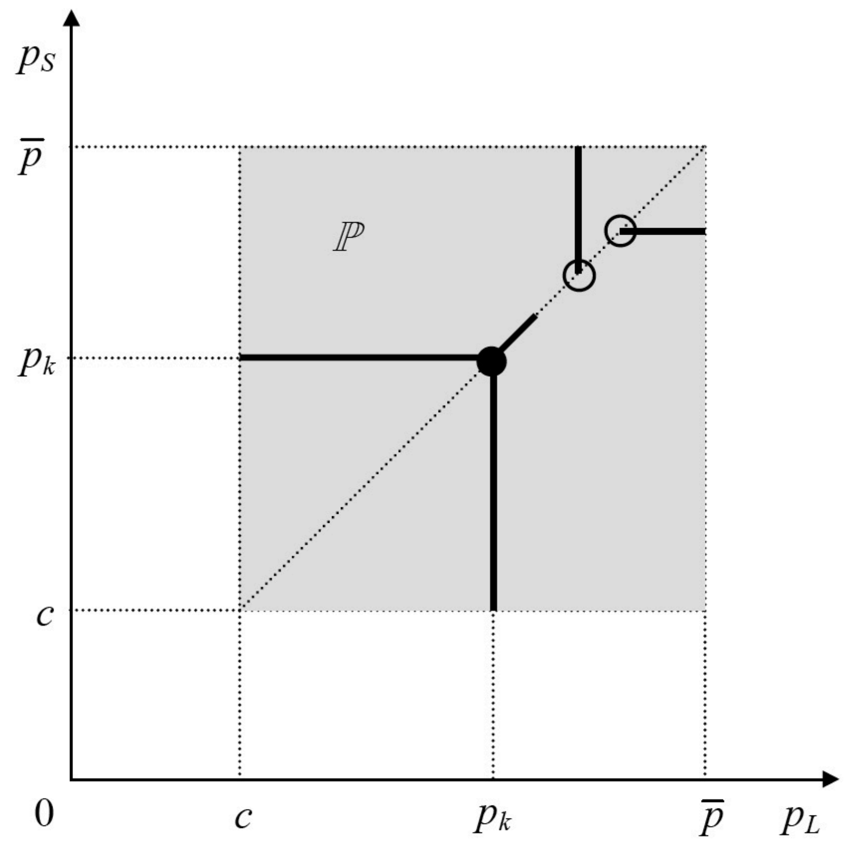
Il modello di Edgeworth

Figura 3.11. – *La curva di reazione dell'impresa L quando* $(k_1, k_2) \in \mathbb{K}_B$



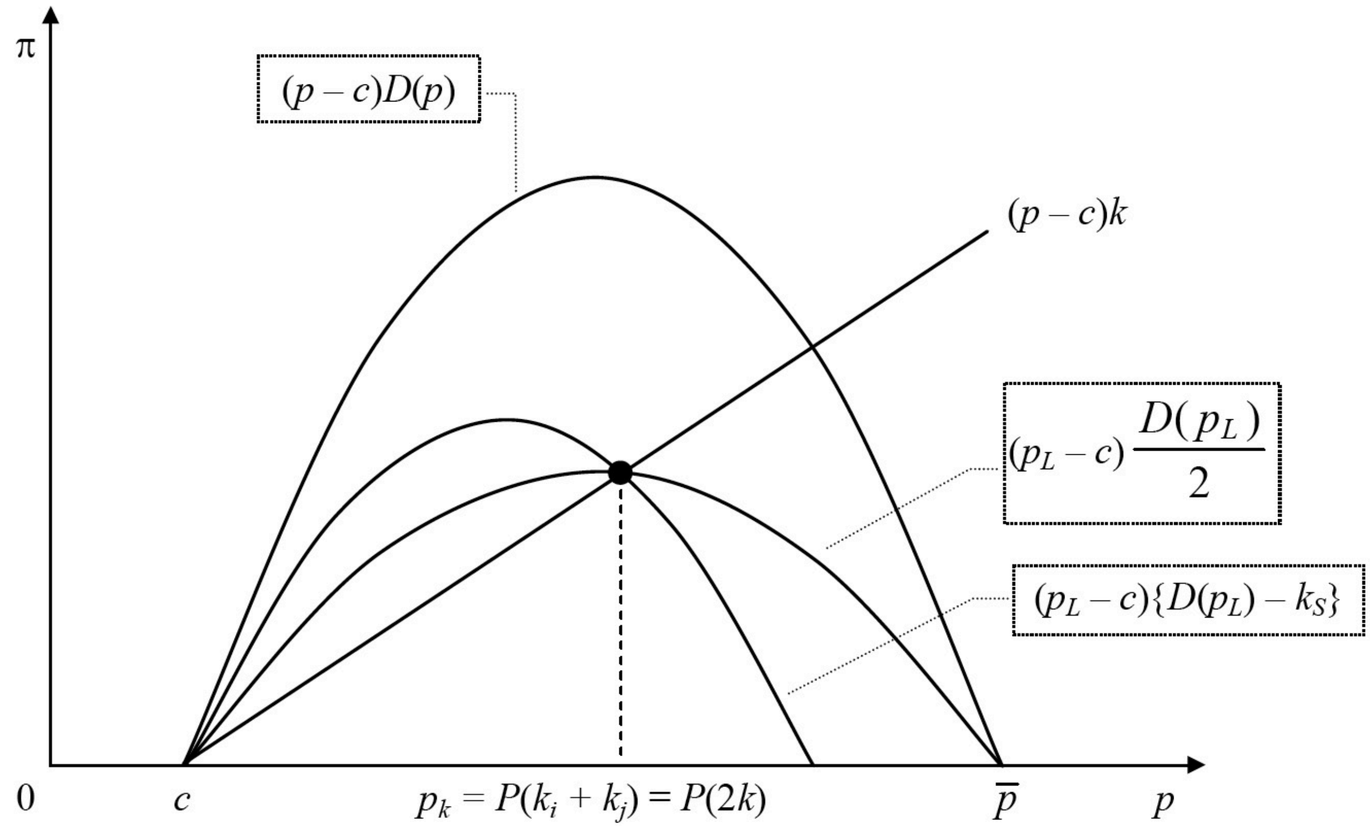
Il modello di Edgeworth

Figura 3.12. – *Le curve di reazione delle due imprese e l'equilibrio di Nash quando* $(k_1, k_2) \in \mathbb{K}_B$



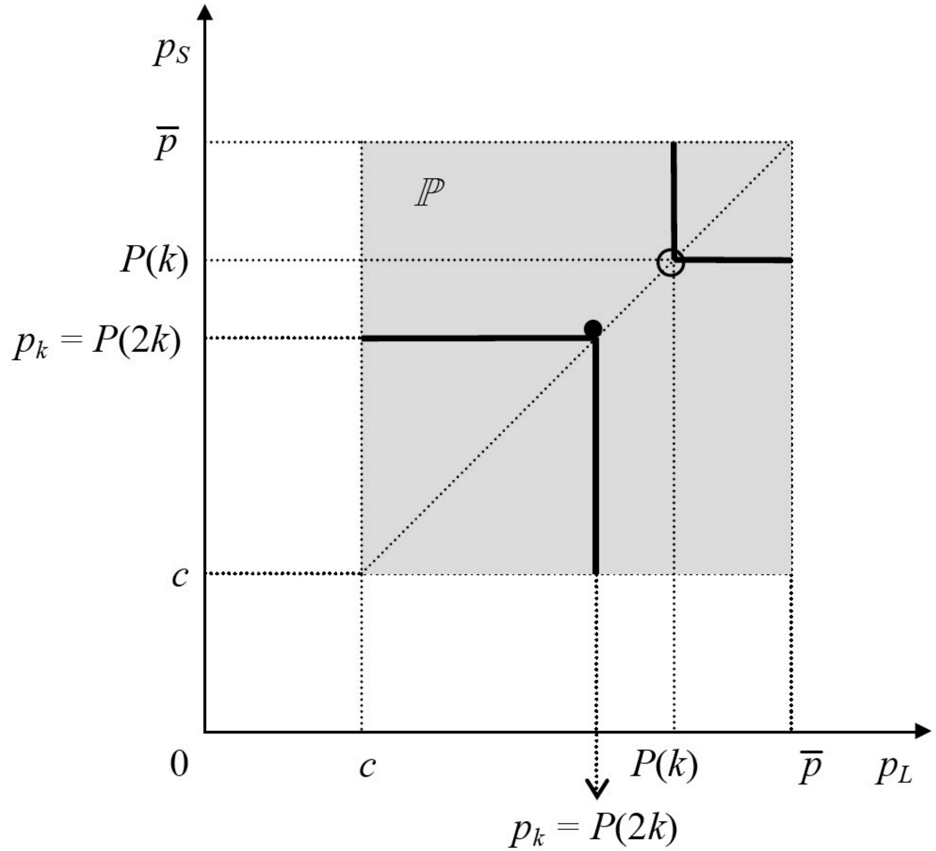
Il modello di Edgeworth

Figura 3.13. – *Schema delle funzioni del profitto delle imprese 1 e 2 quando* $k_1 = k_2 = k$ *e* $(k,k) \in \mathbb{K}_B$



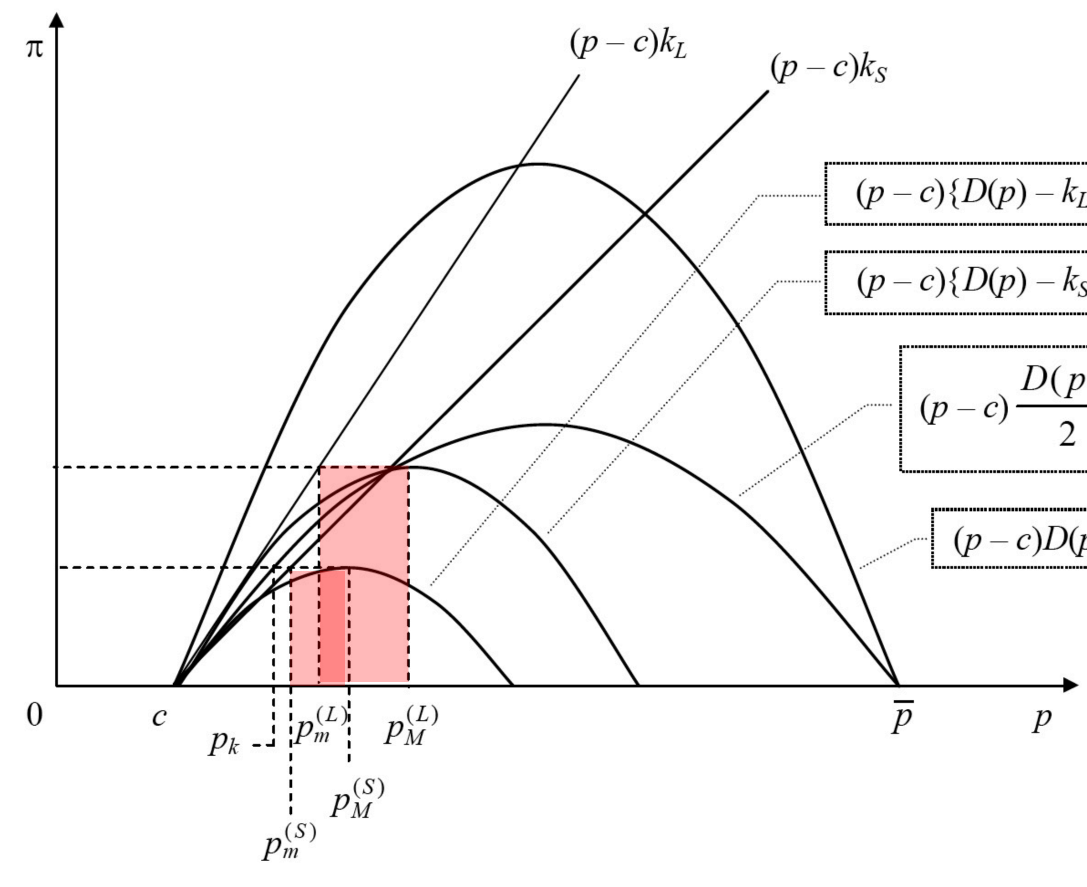
Il modello di Edgeworth

Figura 3.14. – *Le curve di reazione delle due imprese e l'equilibrio di Nash quando* $k_1 = k_2 = k$ *e* $(k,k) \in \mathbb{K}_B$.



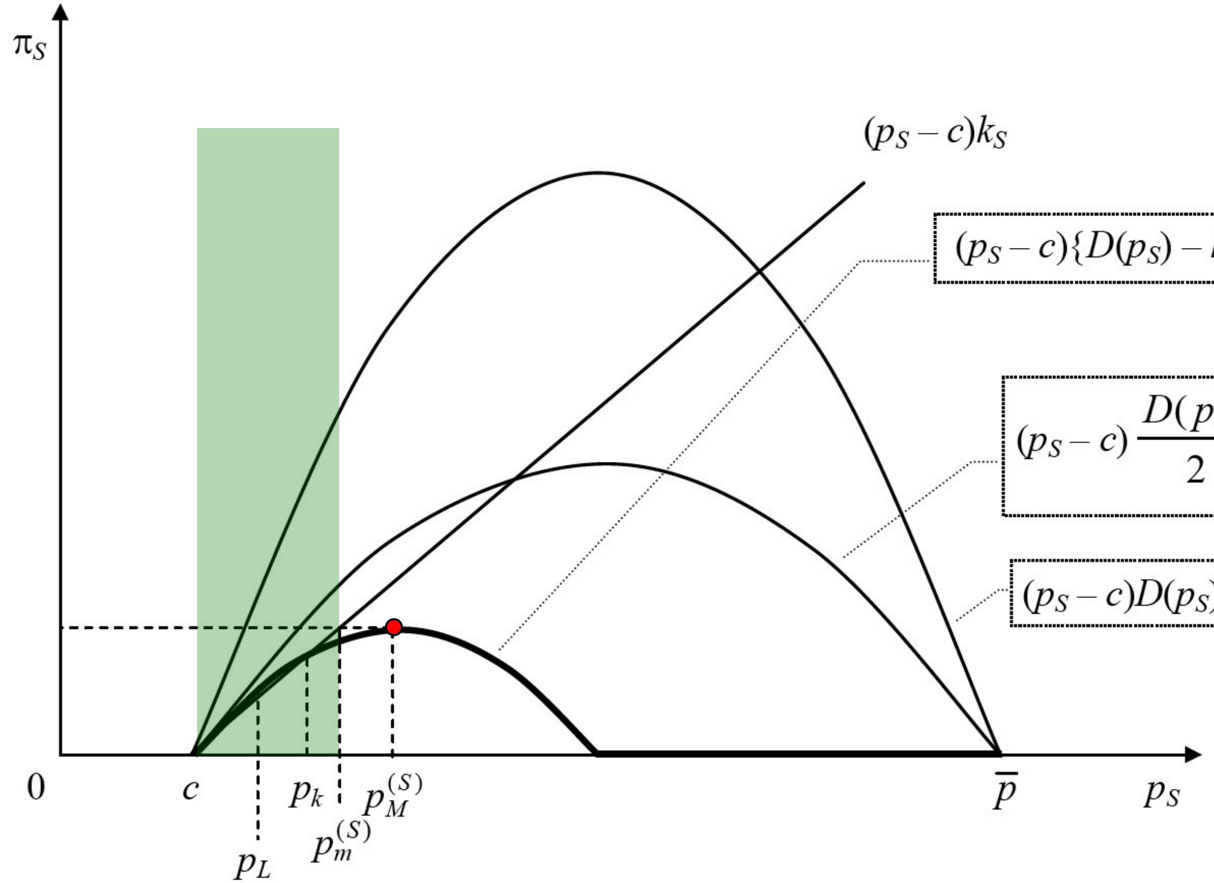
Il modello di Edgeworth

Figura 3.15. – *Schema delle funzioni del profitto variabile delle due imprese quando valgono le disuguaglianze (2)*



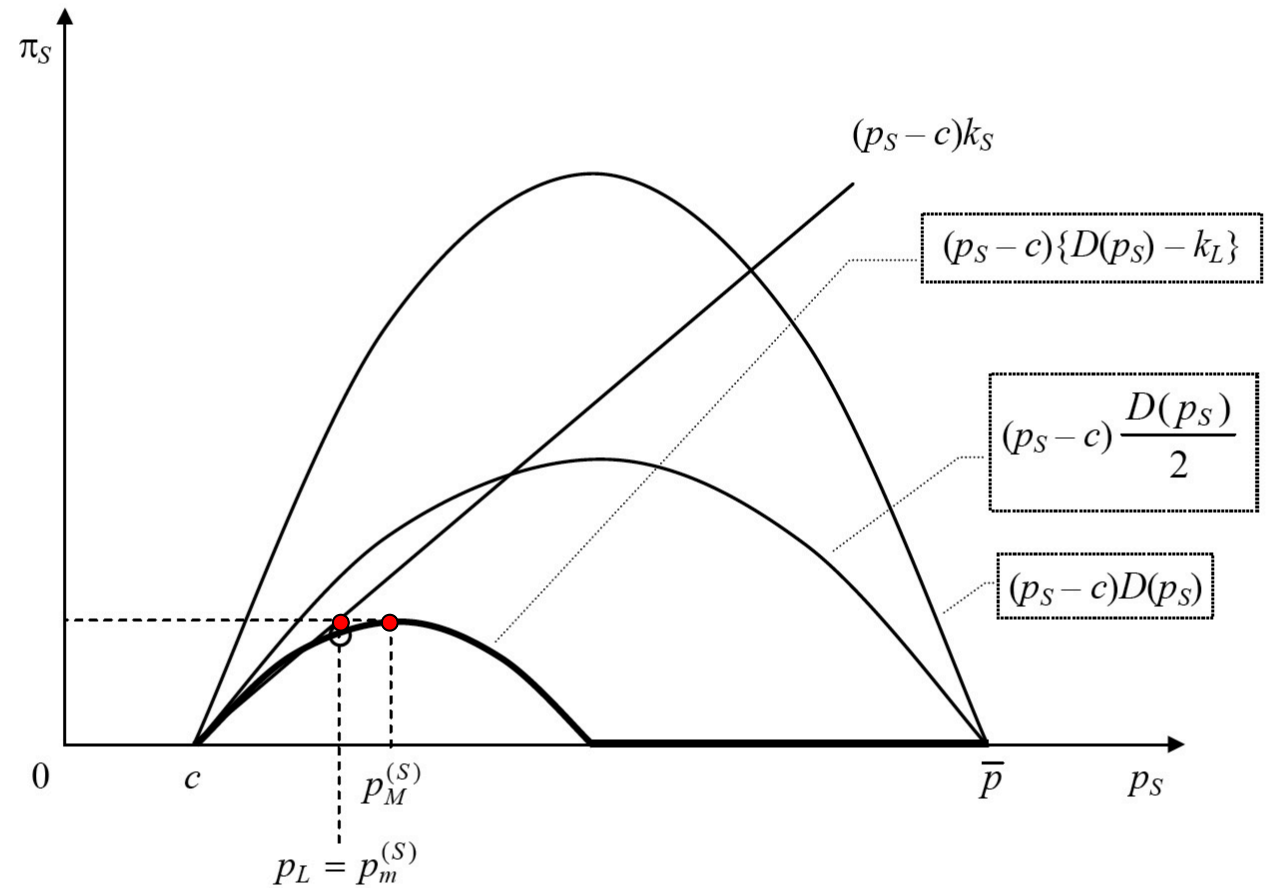
Il modello di Edgeworth

Figura 3.16. – *La funzione del profitto variabile dell'impresa S quando* $c \le p_1 < p_m^{(S)}$



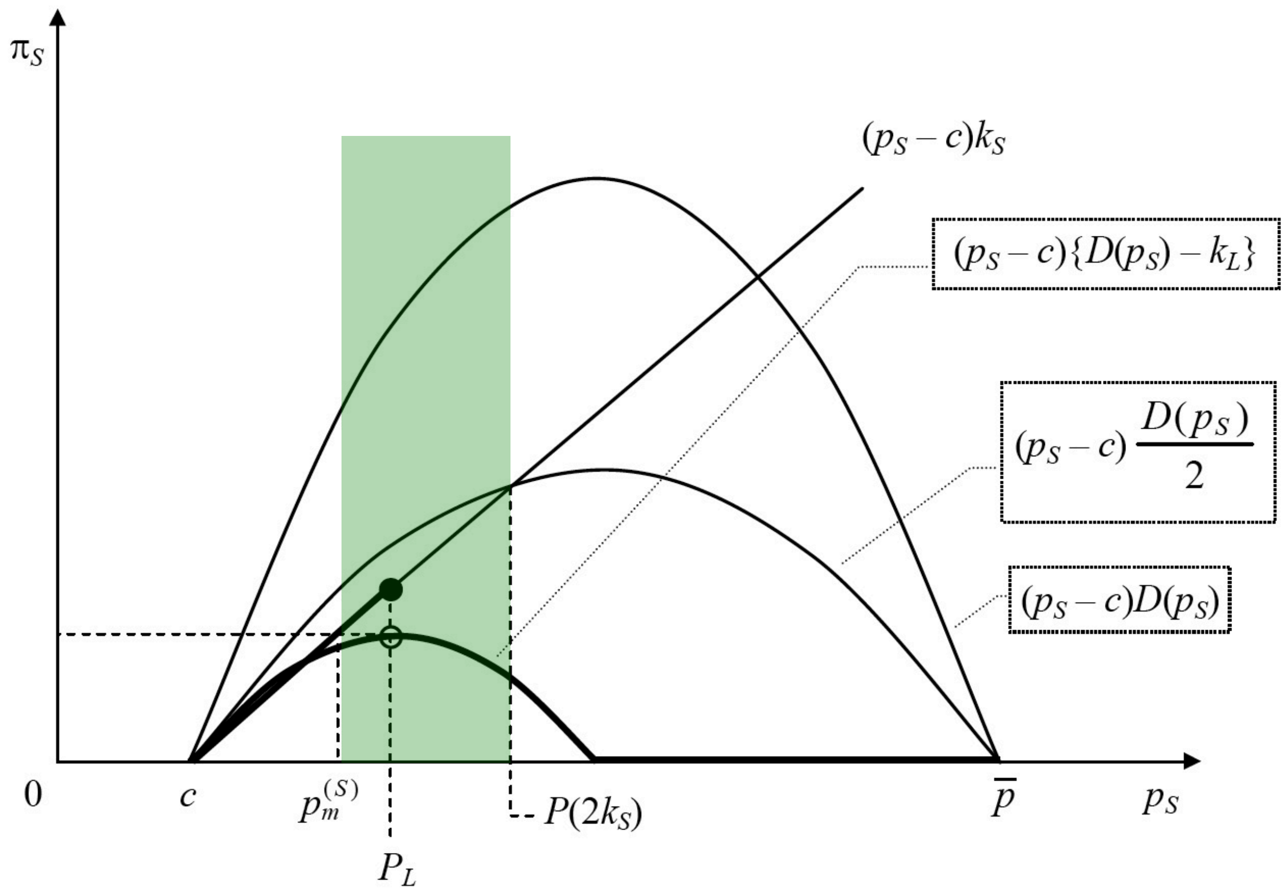
Il modello di Edgeworth

Figura 3.17. – *La funzione del profitto variabile dell'impresa S quando* $p_L = p_m^{(S)}$



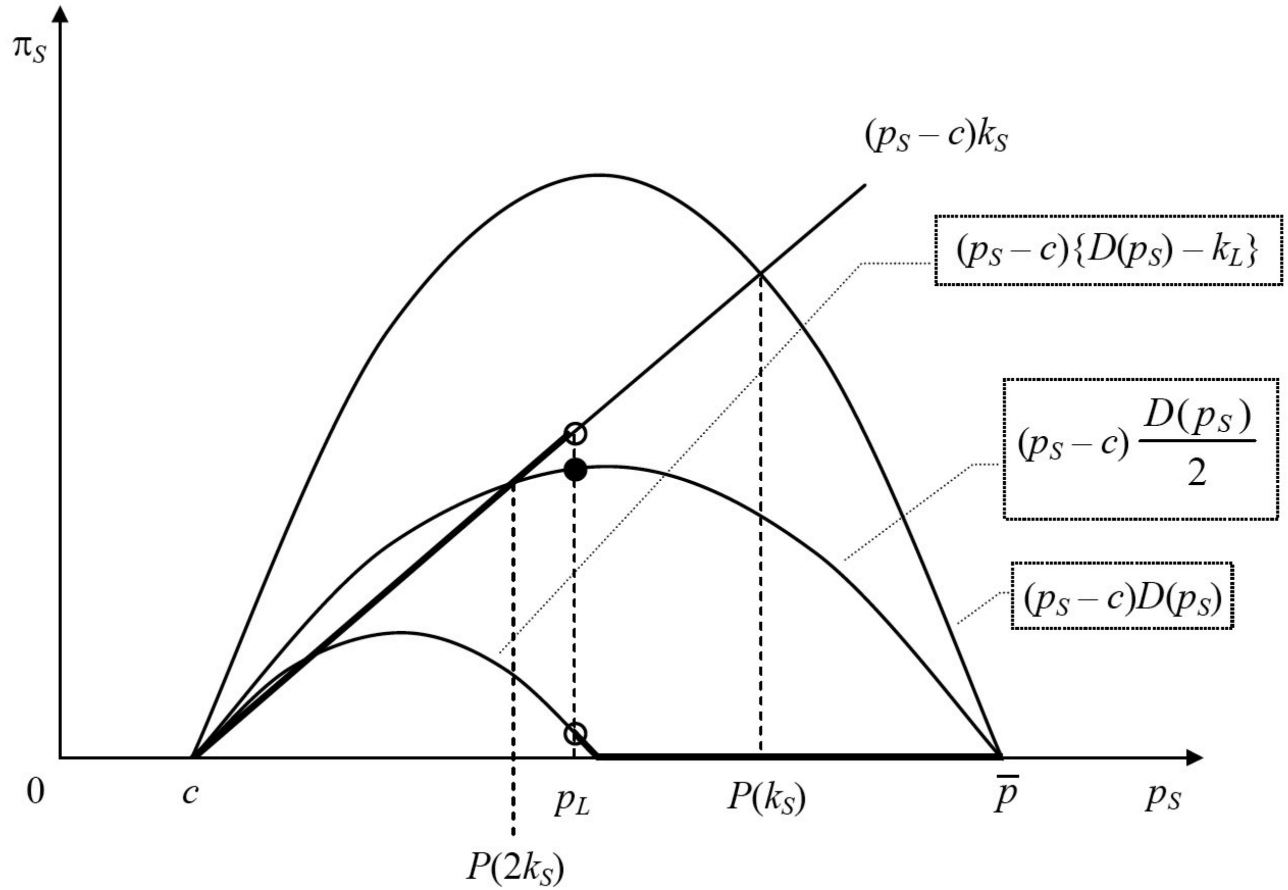
Il modello di Edgeworth

Figura 3.18. – *La funzione del profitto variabile dell'impresa S quando* $p_m^{(S)} < p_L \leq P(2k_S)$



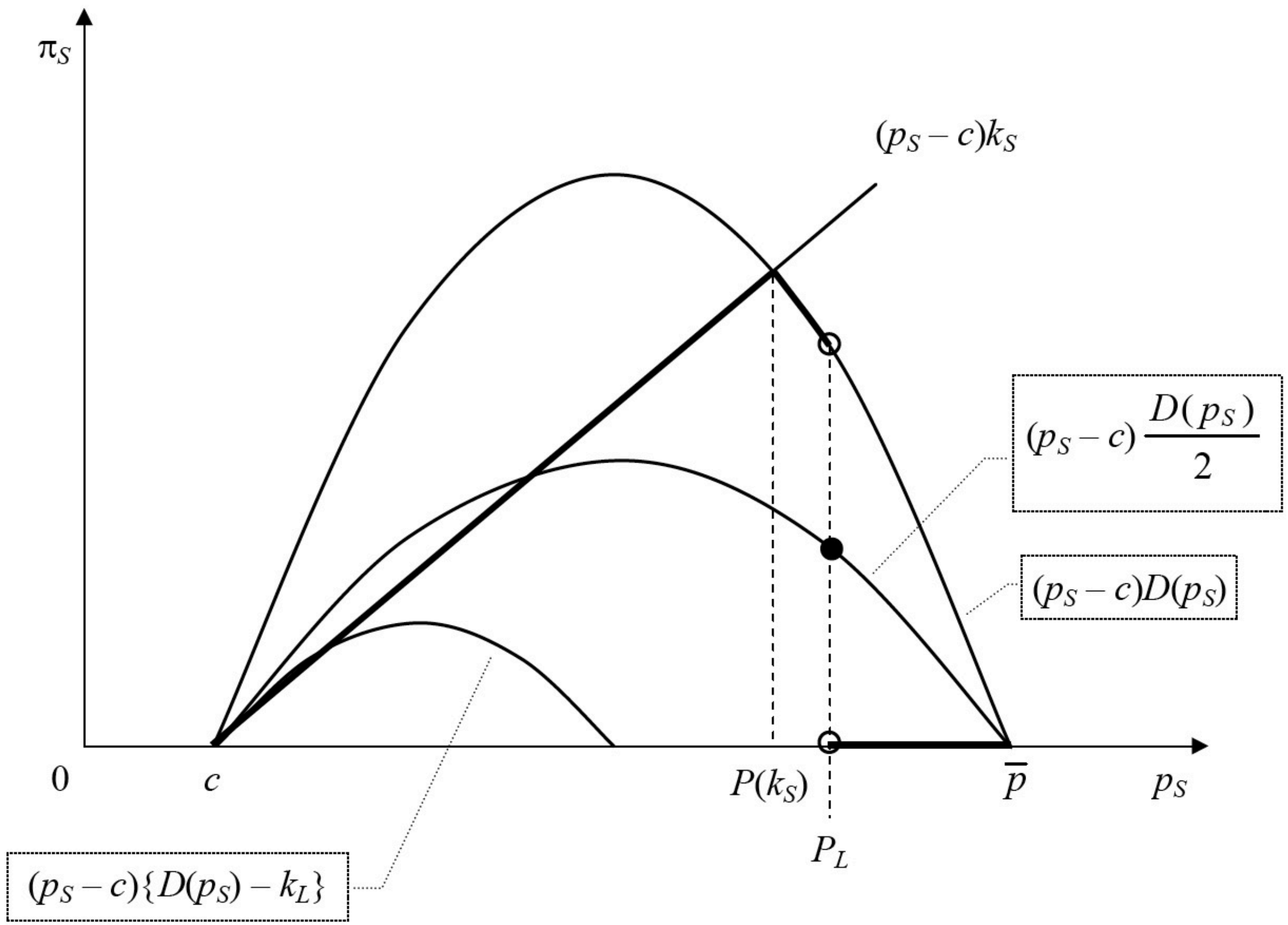
Il modello di Edgeworth

Figura 3.19. – *La funzione del profitto variabile dell'impresa S quando* $P(2k_S) < p_L \leq P(k_S)$



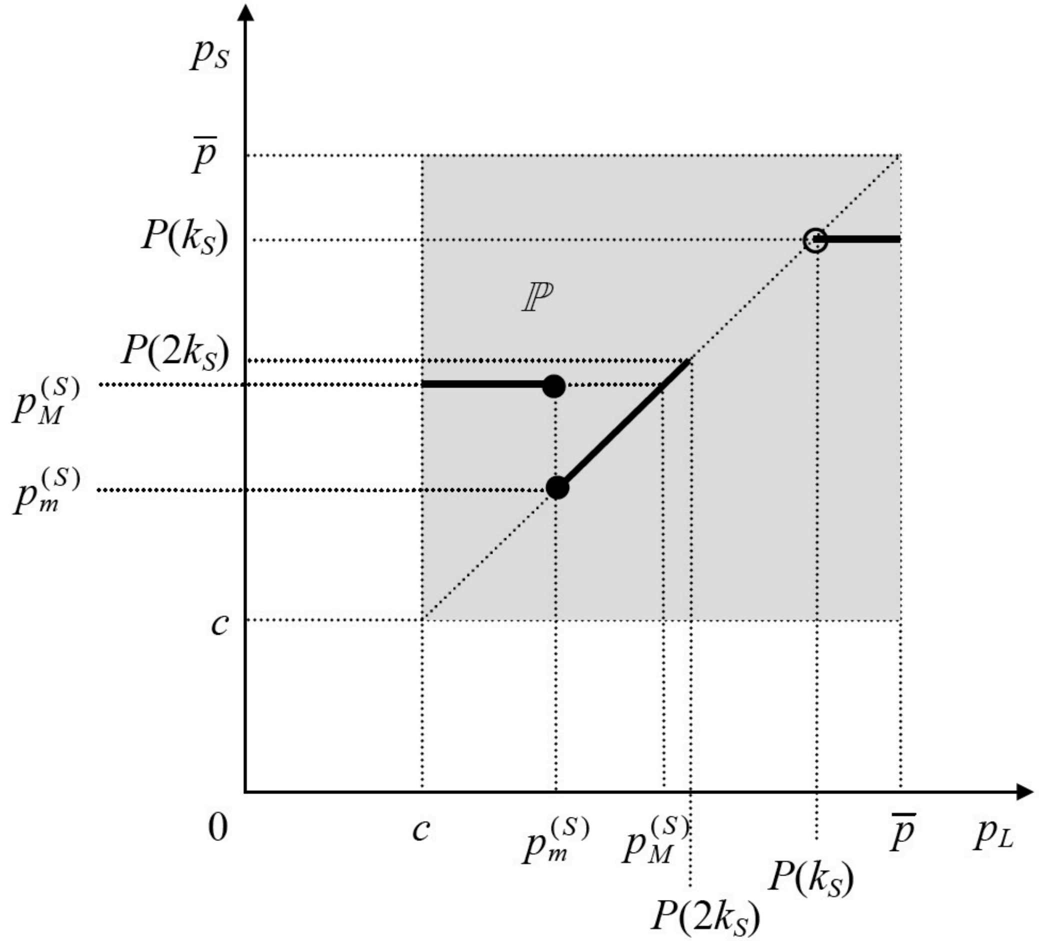
Il modello di Edgeworth

Figura 3.20. – *La funzione del profitto variabile dell'impresa S quando* $P(k_S) < p_L \leq \overline{p}$



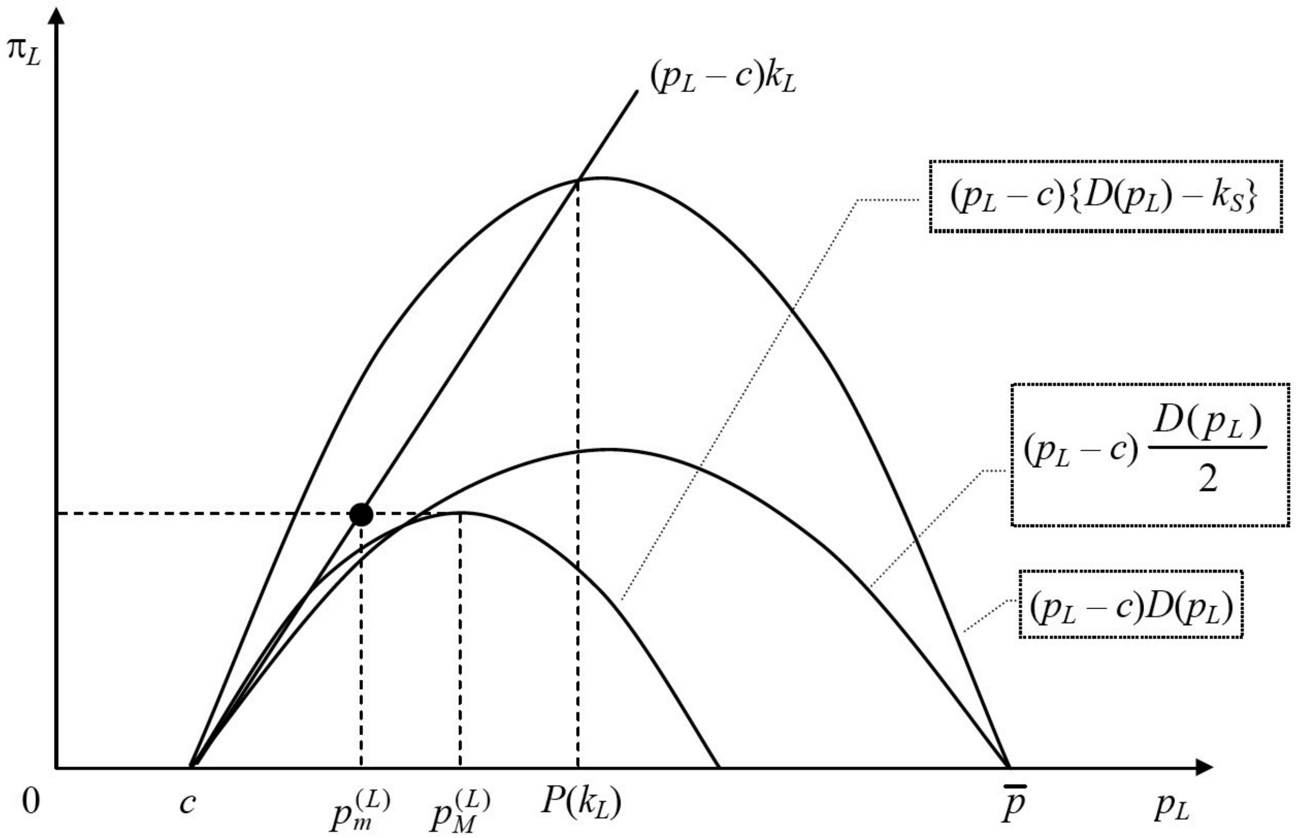
Il modello di Edgeworth

Figura 3.21. – *La curva di reazione dell'impresa S*



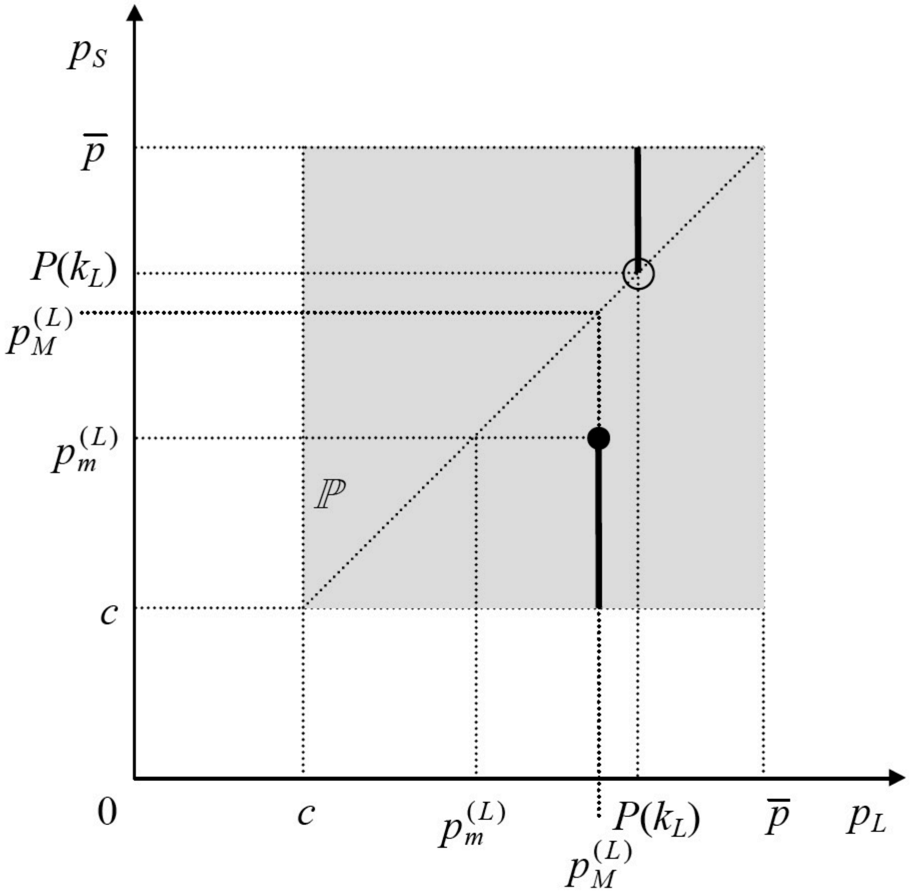
Il modello di Edgeworth

Figura 3.22. – *Schema delle funzioni del profitto dell'impresa L*



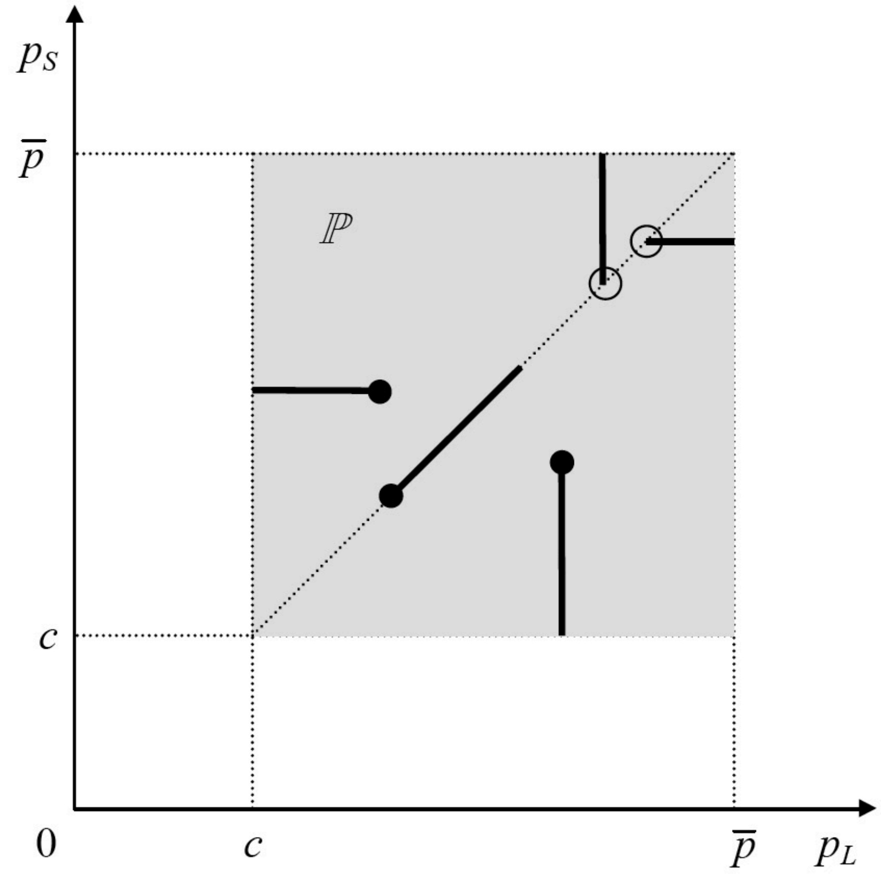
Il modello di Edgeworth

Figura 3.23. – *La curva di reazione dell'impresa L*



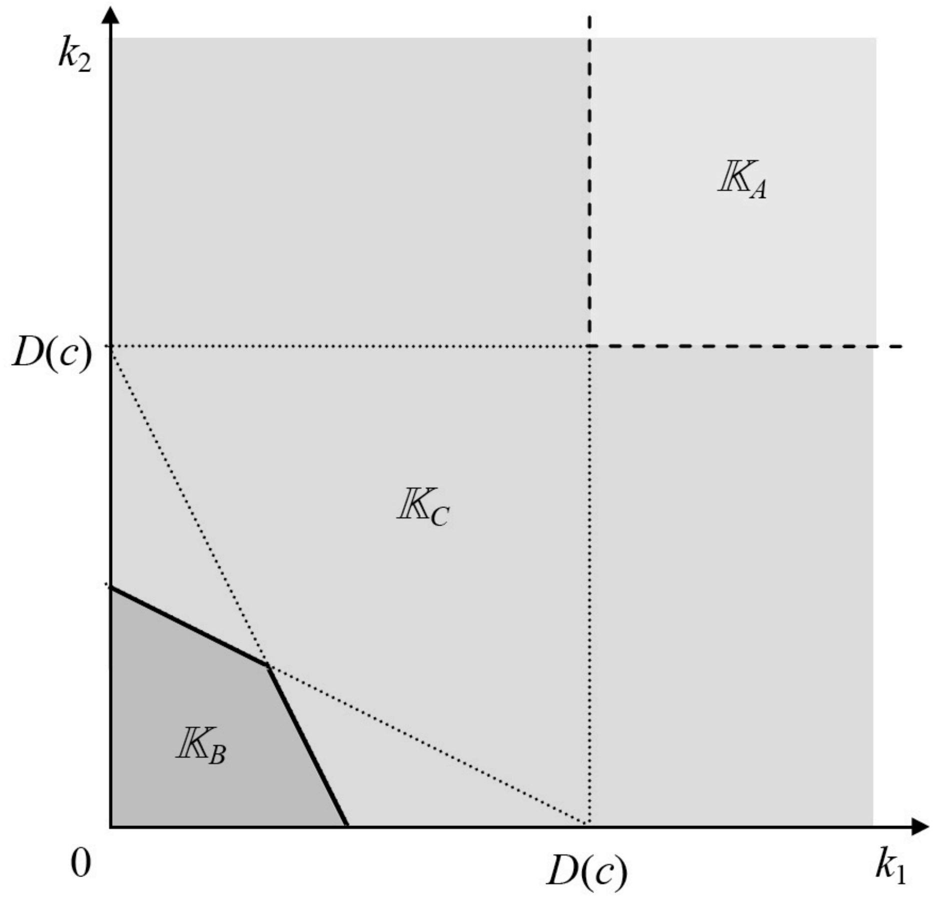
Il modello di Edgeworth

Figura 3.24. – *Le curva di reazione delle due imprese*



Il modello di Edgeworth

Figura 3.25. – *Gli insiemi* $\mathbb{K}_A$, $\mathbb{K}_B$ e $\mathbb{K}_C$

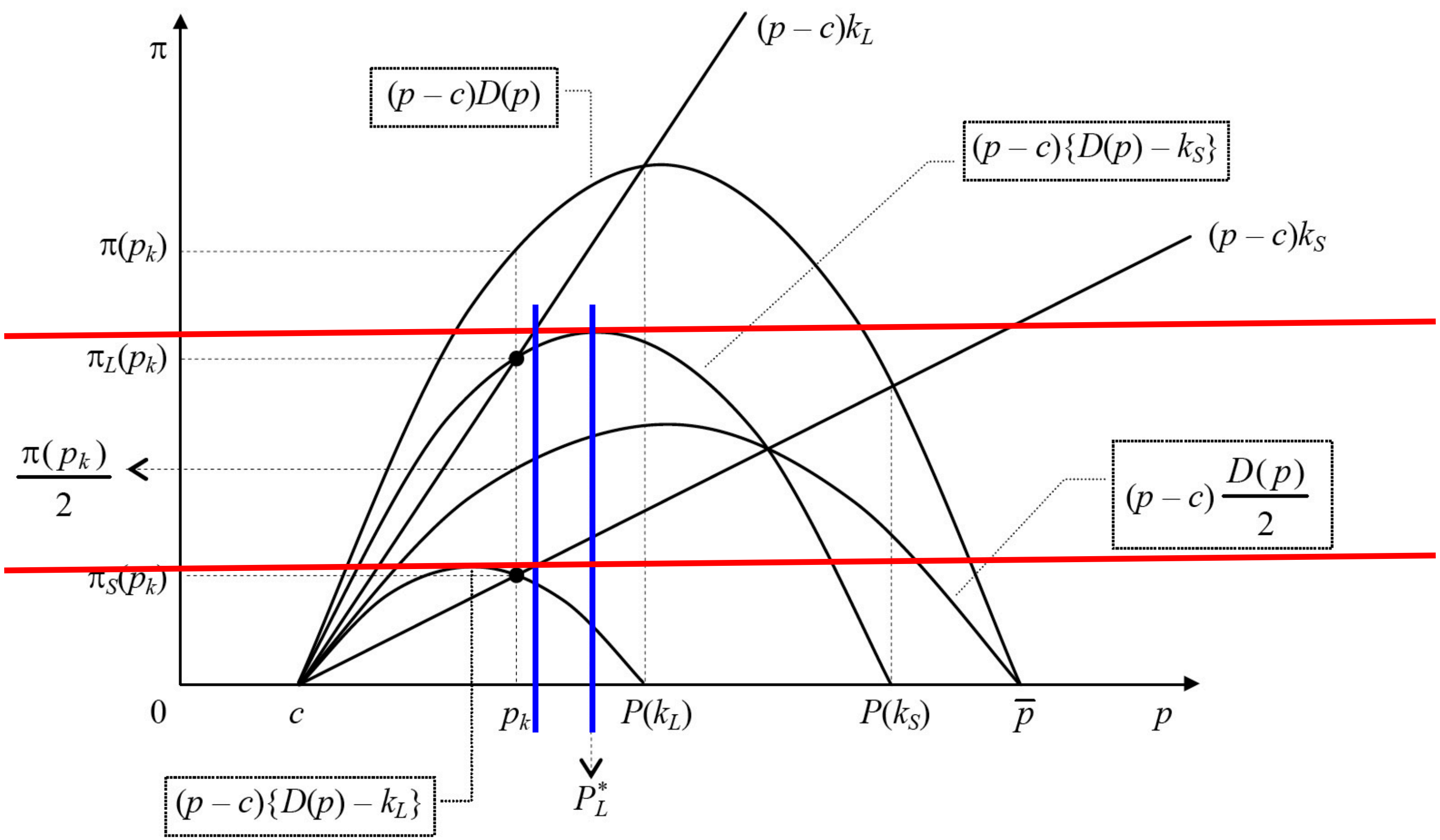


Esempio 1: esiti delle strategie pure

		B					
		b_1		b_2		b_3	
A	a_1	*24*	*24*	*22*	*26*	*0*	*0*
	a_2	*22*	*26*	*24*	*24*	*0*	*0*
	a_3	*0*	*0*	*0*	*0*	*1*	*1*

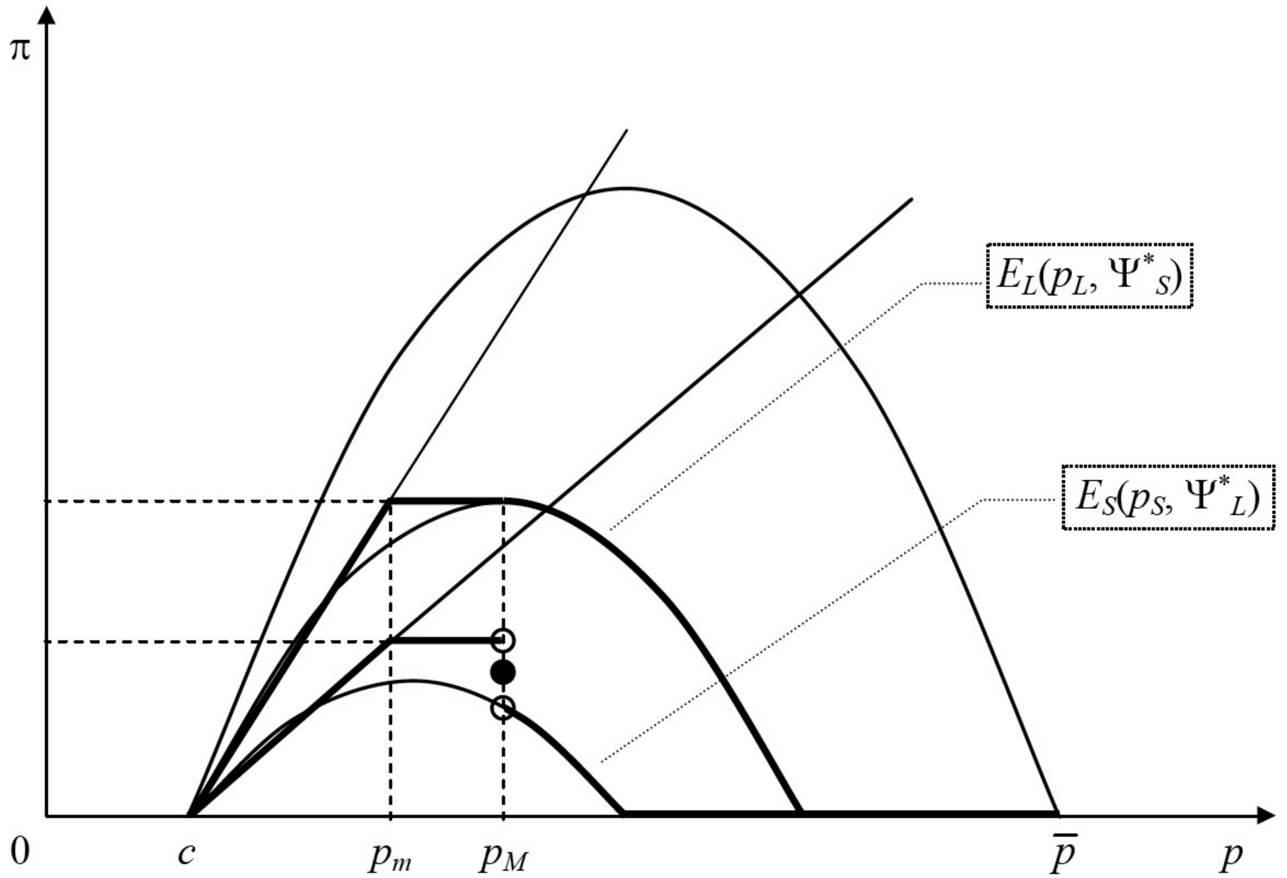
Il modello di Edgeworth

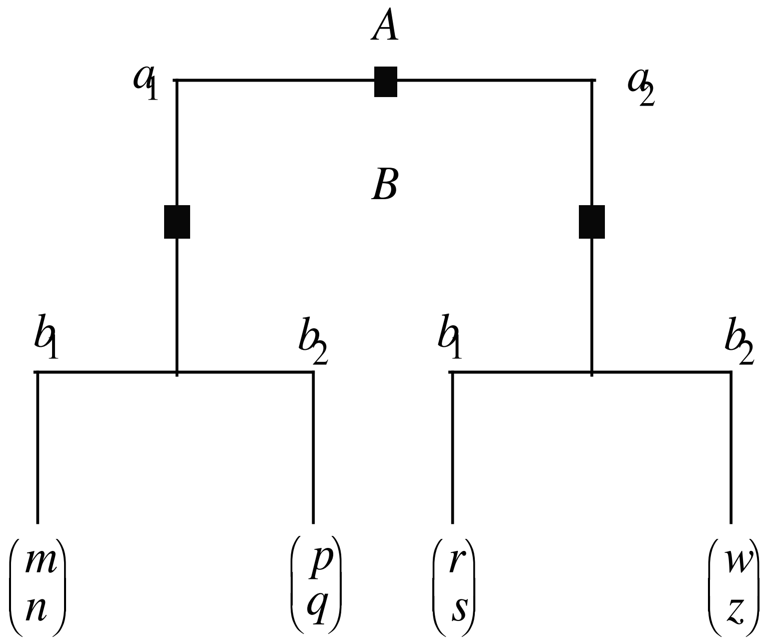
Figura 3.2. – *Schema delle funzioni del profitto, altro caso*



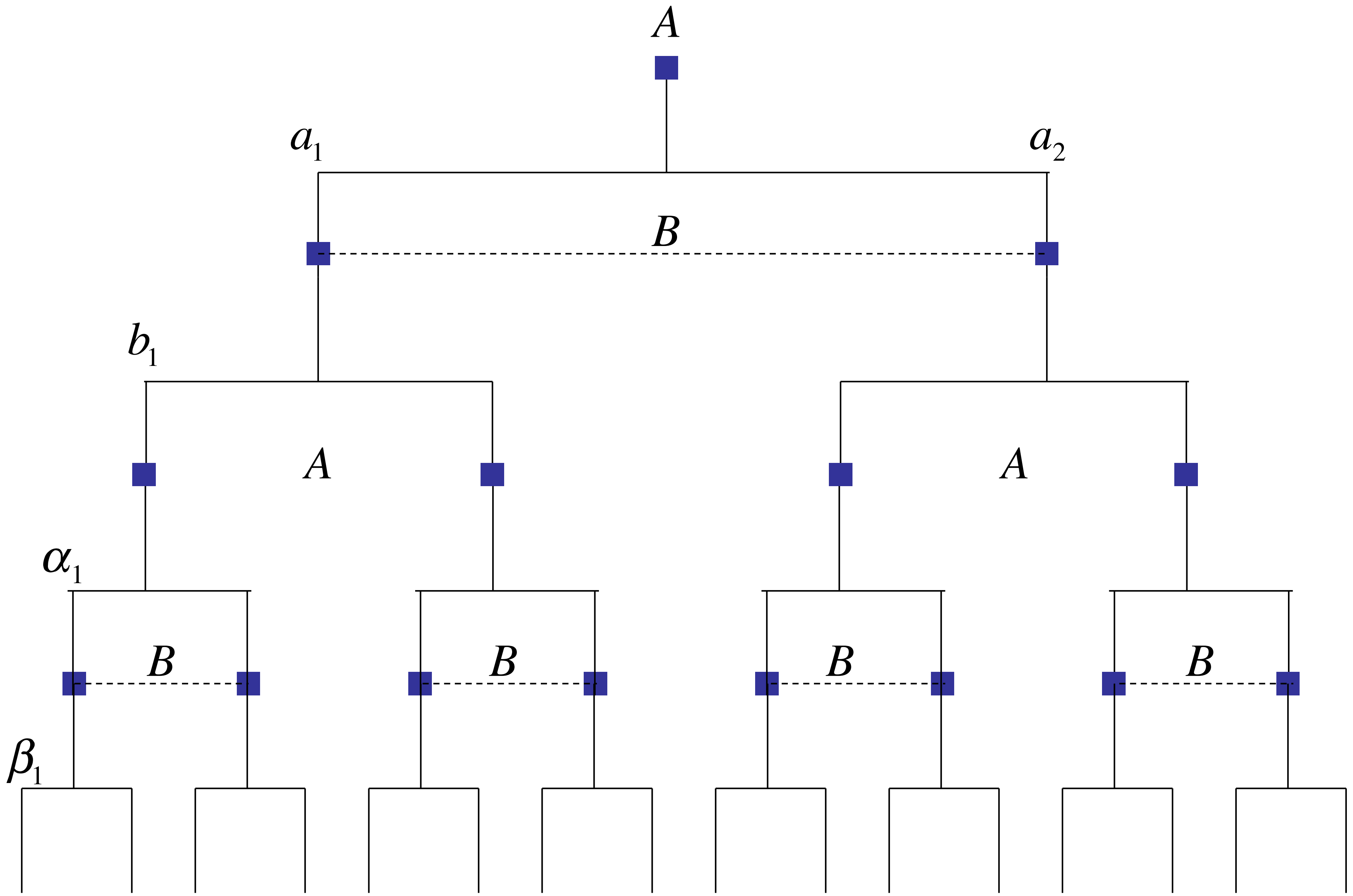
Il modello di Edgeworth

Figura 3.26. – *Le funzioni* $E_L\left(p,\Psi_S^*(p)\right)$ *e* $E_S\left(p,\Psi_L^*(p)\right)$, *per* $p\in\left[c,\overline{p}\right]$





		B			
		$a_1 \mid b_1, a_2 \mid b_1$	$a_1 \mid b_1, a_2 \mid b_2$	$a_1 \mid b_2, a_2 \mid b_2$	$a_1 \mid b_2, a_2 \mid b_1$
A	a_1	m n	m n	p q	p q
	a_2	r s	w z	w z	r s



A
a_1
a_2
B
b_1
A
A
α_1
B
B
B
B
β_1

	a_1 $(a_1,b_1)\to\alpha_1$ $(a_1,b_2)\to\alpha_1$	a_1 $(a_1,b_1)\to\alpha_1$ $(a_1,b_2)\to\alpha_2$	a_1 $(a_1,b_1)\to\alpha_2$ $(a_1,b_2)\to\alpha_1$	a_1 $(a_1,b_1)\to\alpha_2$ $(a_1,b_2)\to\alpha_2$	a_2 $(a_2,b_1)\to\alpha_1$ $(a_2,b_2)\to\alpha_1$	a_2 $(a_2,b_1)\to\alpha_1$ $(a_2,b_2)\to\alpha_2$	a_2 $(a_2,b_1)\to\alpha_2$ $(a_2,b_2)\to\alpha_1$	a_2 $(a_2,b_1)\to\alpha_2$ $(a_2,b_2)\to\alpha_2$
b_1 $(a_1,b_1)\to\beta_1$ $(a_1,b_2)\to\beta_1$								
b_1 $(a_1,b_1)\to\beta_1$ $(a_1,b_2)\to\beta_2$								
b_1 $(a_1,b_1)\to\beta_2$ $(a_1,b_2)\to\beta_1$								
b_1 $(a_1,b_1)\to\beta_2$ $(a_1,b_2)\to\beta_2$								
b_2 $(a_2,b_1)\to\beta_1$ $(a_2,b_2)\to\beta_1$								
b_2 $(a_2,b_1)\to\beta_1$ $(a_2,b_2)\to\beta_2$								
b_2 $(a_2,b_1)\to\beta_2$ $(a_2,b_2)\to\beta_1$								
b_2 $(a_2,b_1)\to\beta_2$ $(a_2,b_2)\to\beta_2$								

Il gioco capacità-prezzo

Nel primo stadio del gioco, ogni impresa i sceglie ed installa le proprie capacità produttive, sopportando i costi di installazione rk_i e conoscendo i profitti variabili di equilibrio ottenibili nel secondo stadio del gioco come funzione delle capacità scelte nel primo stadio. In equilibrio, ciascuna impresa sceglie quella capacità produttiva che le permette di massimizzare il proprio profitto, dato dalla differenza fra il profitto variabile di equilibrio ottenibile nel secondo stadio del gioco, i costi sostenuti per installare la propria capacità produttiva e i costi fissi F. Possiamo adesso definire il sottogioco delle capacità, che si basa sull'Assunzione 1 e sulle seguenti assunzioni.

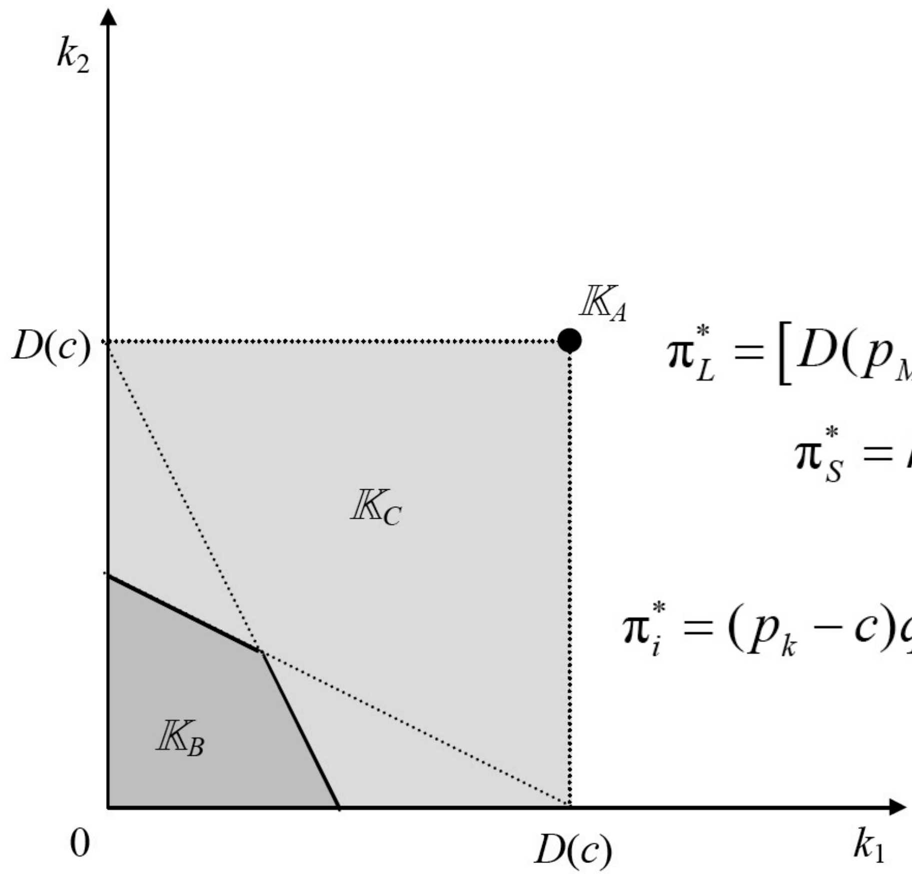
A.4.1 Le imprese in I scelgono, simultaneamente e indipendentemente, la capacità produttiva desiderata;

A.4.2 Gli insiemi delle strategie a disposizione delle imprese in I sono $\mathbb{K}_i = [0, D(c)]$ per l'impresa i;

A.4.3 Gli esiti delle imprese in I sono definiti dalle funzioni

Il gioco capacità-prezzo

Figura 4.1. – *Partizione dell'insieme* $\mathbb{K}$



$$\pi_L^* = \left[D(p_M) - k_S\right](p_M - c)$$

$$\pi_S^* = k_S(p_m - c)$$

$$\pi_i^* = (p_k - c)q_i^* = P(k_1 + k_2)k_i - ck_i$$

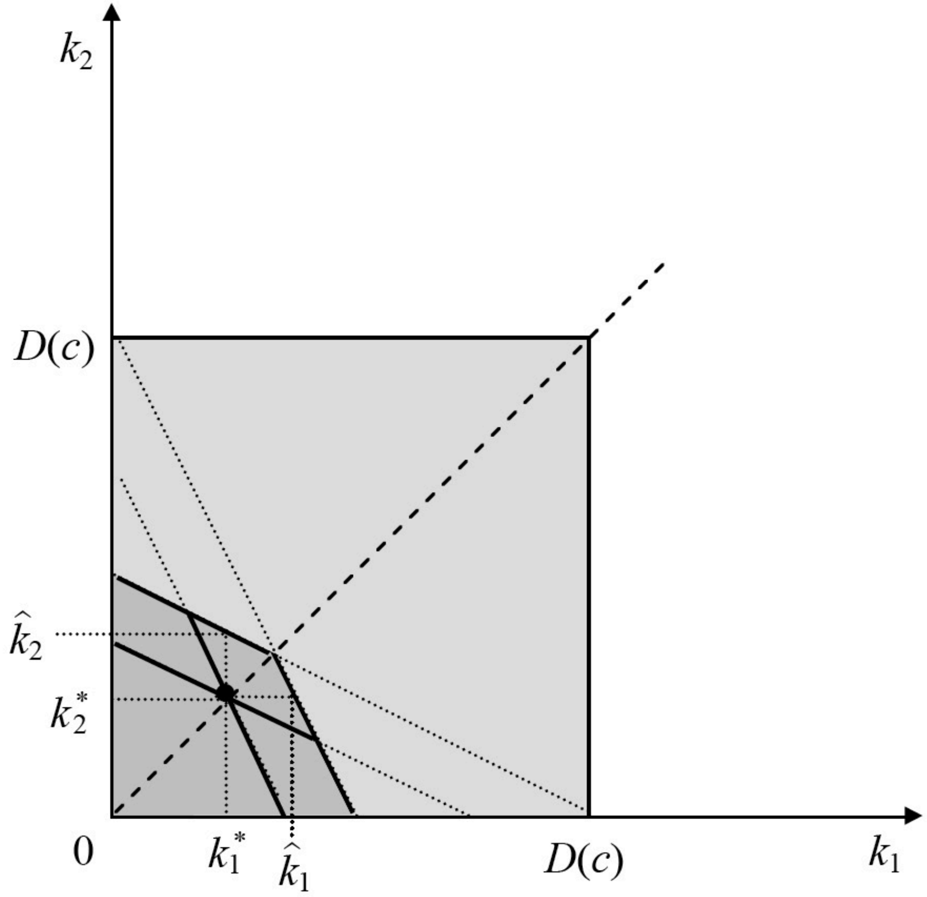
Il gioco capacità-prezzo

$$\Pi_1 = \begin{cases} [P(k_1+k_2)-c-r]k_1 - F & \text{se} \quad (k_1,k_2)\in \mathbb{K}_B \\ [D(p_M)-k_2](p_M-c)-rk_1-F & \text{se} \quad (k_1,k_2)\in \mathbb{K}_C \text{ e } k_1 \geq k_2 \\ k_1(p_m-c-r)-F & \text{se} \quad (k_1,k_2)\in \mathbb{K}_C \text{ e } k_1 \leq k_2 \\ -rk_1 - F & \text{se} \quad k_1 = k_2 = D(c) \end{cases}$$

$$\Pi_2 = \begin{cases} [P(k_1+k_2)-c-r]k_2 - F & \text{se} \quad (k_1,k_2)\in \mathbb{K}_B \\ k_2(p_m-c-r)-F & \text{se} \quad (k_1,k_2)\in \mathbb{K}_C \text{ e } k_1 \geq k_2 \\ [D(p_M)-k_1](p_M-c)-rk_2-F & \text{se} \quad (k_1,k_2)\in \mathbb{K}_C \text{ e } k_1 \leq k_2 \\ -rk_1 - F & \text{se} \quad k_1 = k_2 = D(c) \end{cases}$$

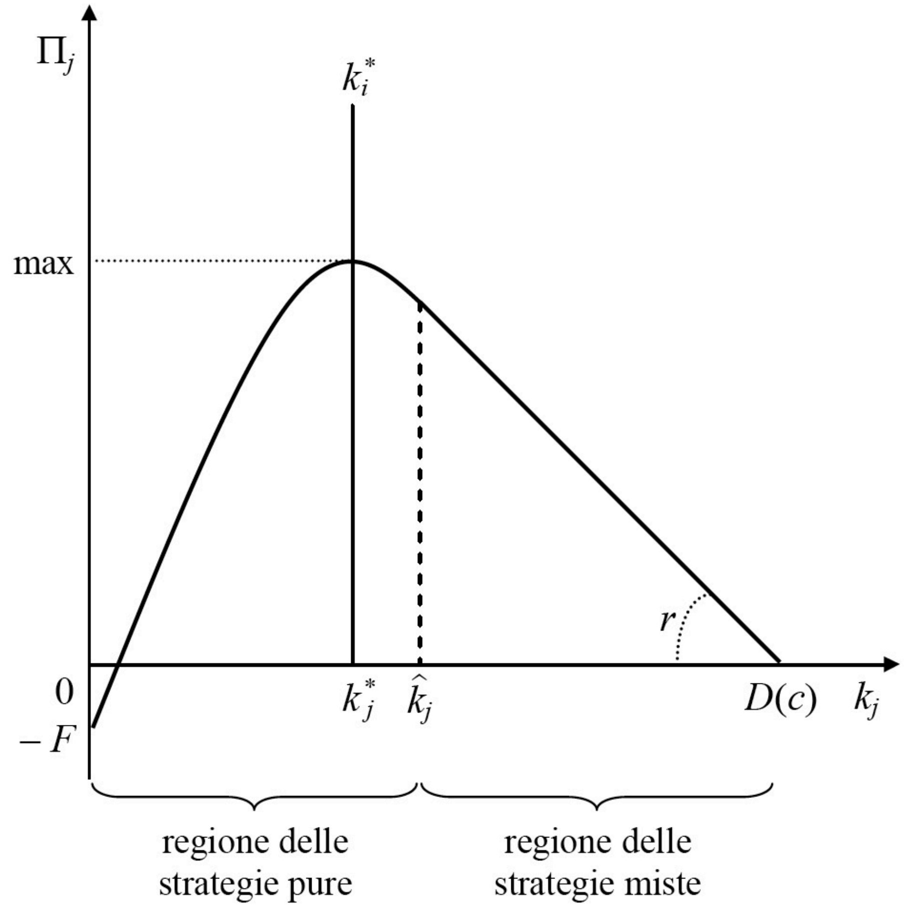
Il gioco capacità-prezzo

Figura 4.2. – *Sottogioco delle capacità: un candidato all'equilibrio di Nash*



Il gioco capacità-prezzo

Figura 4.3. – *Il profitto dell'impresa j per* $k_i = k_i^*$



Il gioco prezzo-capacità

Analizziamo i risultati della concorrenza tra le imprese, utilizzando il *metodo dell'induzione a ritroso*. Nel secondo stadio la generica impresa i sceglie quella capacità produttiva che le permette di massimizzare il proprio profitto, considerando data la coppia dei prezzi di vendita (p_1, p_2), scelta nel primo stadio del gioco. Ciascun sottogioco delle capacità in questo caso è definito dalle Assunzioni 1-5 e dalle assunzioni

A.5.1 p_1 e p_2 sono dati, $c \leq p_i \leq \overline{p}$;

A.5.2 le imprese in I scelgono, simultaneamente e indipendentemente, le capacità produttive;

A.5.3 le strategie a disposizione dell'impresa $i \in I$ sono gli elementi dell'insieme $\mathbb{K}_i = \left[0, D(c)\right]$.

Il gioco prezzo-capacità

Possiamo adesso definire il sottogioco dei prezzi, che si basa sull'Assunzione 1 e sulle seguenti assunzioni.

A.5.4 Le imprese in I scelgono, simultaneamente e indipendentemente, il prezzo desiderato;

A.5.5 Le strategie a disposizione di ciascuna impresa $i \in I$ è $\mathbb{P}_i = [c, \overline{p}]$;

A.5.6 Gli esiti delle imprese in I sono definiti dalle funzioni

$$\Pi_1 = \begin{cases} -F & \text{se} \quad c \le p_1 \le c + r \\ (p_1 - c - r) D(p_1) - F & \text{se} \quad c + r \le p_1 < p_2 \\ (p_i - c - r) \dfrac{D(p_1)}{2} - F & \text{se} \quad c + r \le p_1 = p_2 \\ -F & \text{se} \quad p_2 < p_1 \end{cases}$$

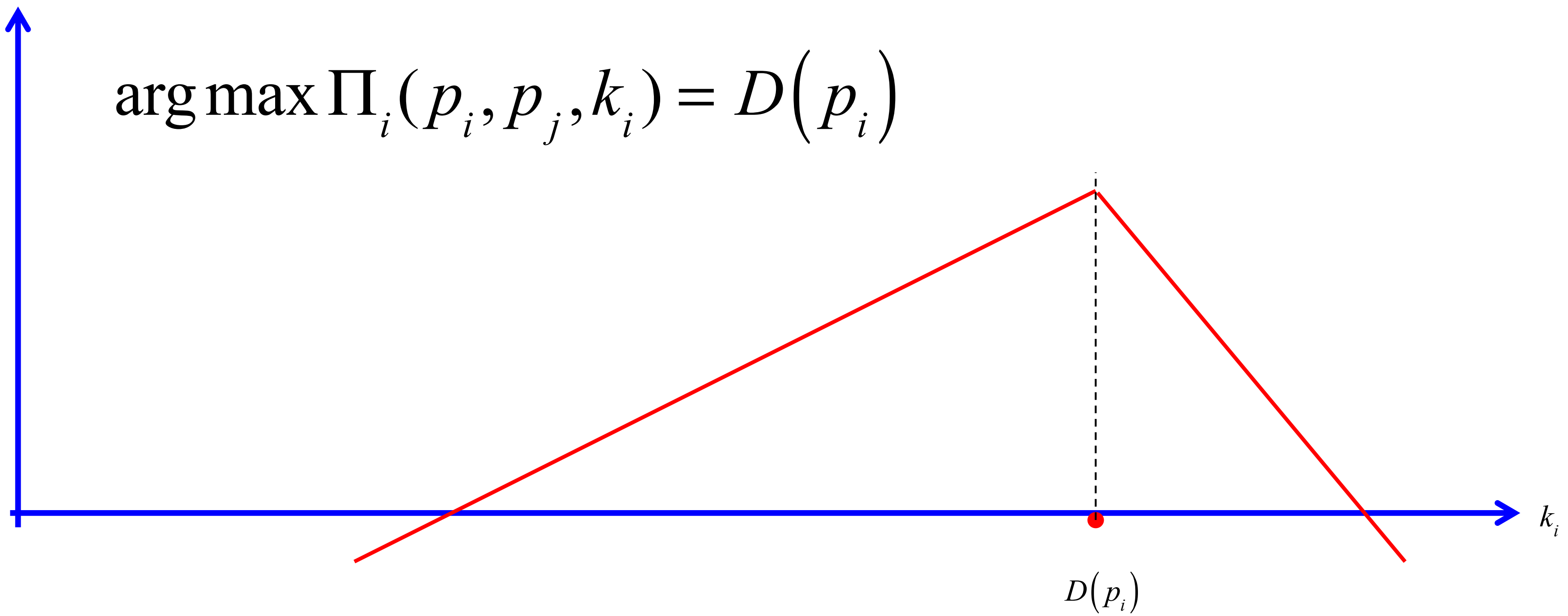
$$\Pi_2 = \begin{cases} -F & \text{se} \quad c \le p_2 \le c + r \\ (p_2 - c - r) D(p_2) - F & \text{se} \quad c + r \le p_2 < p_1 \\ (p_2 - c - r) \dfrac{D(p_2)}{2} - F & \text{se} \quad c + r \le p_1 = p_2 \\ -F & \text{se} \quad p_1 < p_2 \end{cases}$$

Il gioco prezzo-capacità

$$c + r < p_i < p_j \Rightarrow$$

$$\Pi_i(p_i, p_j, k_i) = \begin{cases} (p_i - c - r)k_i - F & \text{se } 0 \le k_i \le D(p_i) \\ (p_i - c)D(p_i) - rk_i - F & \text{se } D(p_i) \le k_i \le D(c) \end{cases}$$

$$\arg\max \Pi_i(p_i, p_j, k_i) = D(p_i)$$

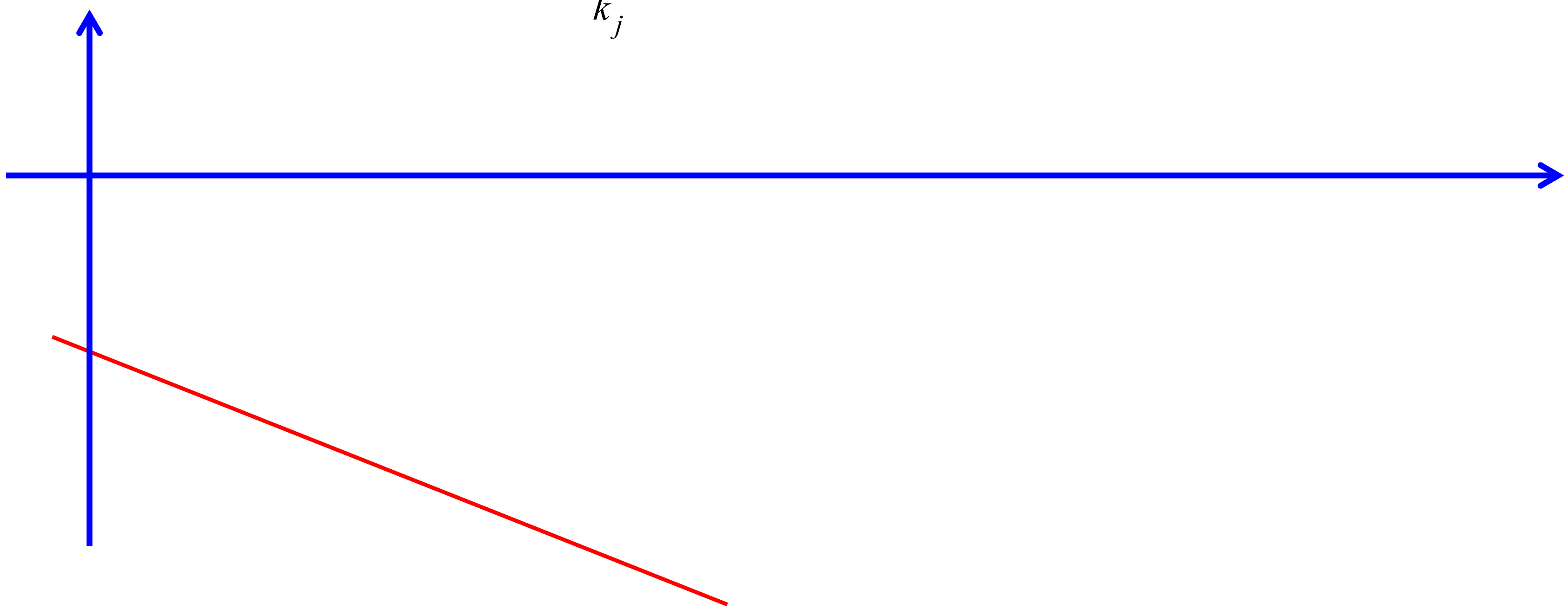


Il gioco prezzo-capacità

$$c + r < p_i < p_j \Rightarrow \arg\max \Pi_i(p_i, p_j, k_i) = D\left(p_i\right)$$

$$\Pi_j(p_i, p_j, k_j) = -rk_j - F$$

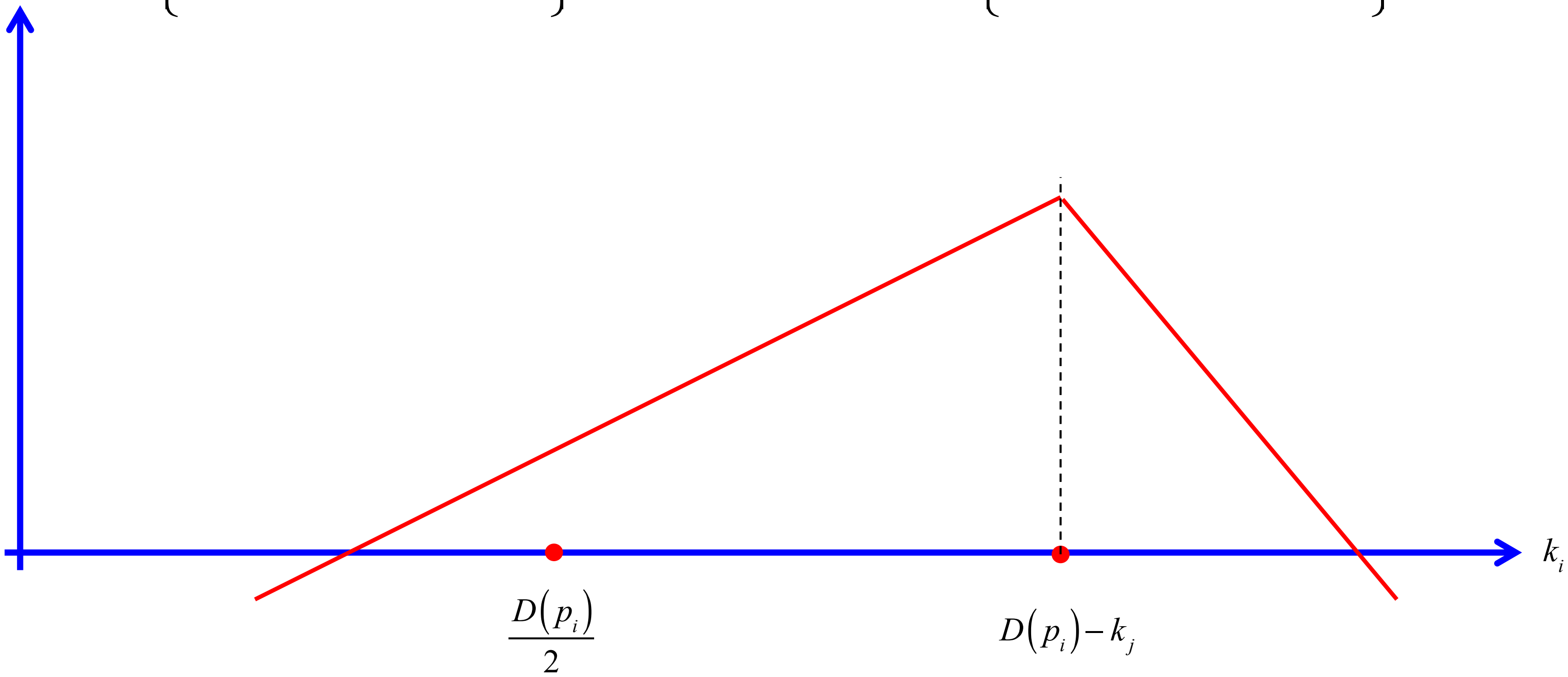
$$\arg\max_{k_j} \Pi_j(p_i, p_j, k_j) = 0$$



Il gioco prezzo-capacità

$$c + r < p_i = p_j \Rightarrow \Pi_i(p_i, p_j, k_i, k_j) =$$

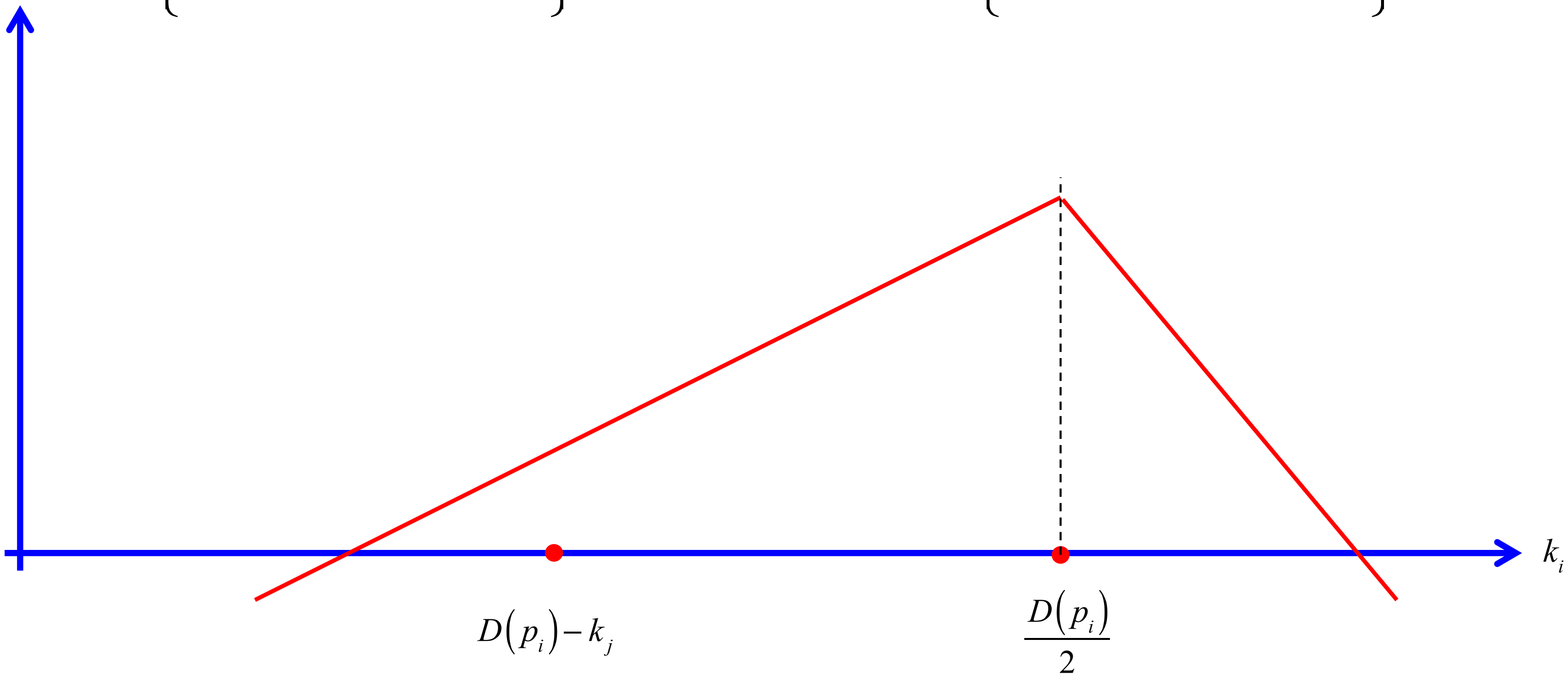
$$= \begin{cases} (p_i - c - r)k_i - F & \text{se } \ 0 \le k_i \le \max\left\{\dfrac{D(p_i)}{2}, D(p_i) - k_j\right\} \\ (p_i - c)\max\left\{\dfrac{D(p_i)}{2}, D(p_i) - k_j\right\} - rk_i - F & \text{se } \ \max\left\{\dfrac{D(p_i)}{2}, D(p_i) - k_j\right\} \le k_i \le D(c) \end{cases}$$



Il gioco prezzo-capacità

$$c + r < p_i = p_j \Rightarrow \Pi_i(p_i, p_j, k_i, k_j) =$$

$$= \begin{cases} (p_i - c - r)k_i - F & \text{se } \; 0 \le k_i \le \max\left\{\dfrac{D(p_i)}{2}, D(p_i) - k_j\right\} \\ (p_i - c)\max\left\{\dfrac{D(p_i)}{2}, D(p_i) - k_j\right\} - rk_i - F & \text{se } \; \max\left\{\dfrac{D(p_i)}{2}, D(p_i) - k_j\right\} \le k_i \le D(c) \end{cases}$$



Il gioco prezzo-capacità

$$\frac{D(p_i)}{2} \leq D(p_i) - k_j \Leftrightarrow k_j \leq \frac{D(p_i)}{2} \Rightarrow k_i = D(p_i) - k_j$$

$$\frac{D(p_i)}{2} \geq D(p_i) - k_j \Leftrightarrow k_j \geq \frac{D(p_i)}{2} \Rightarrow k_i = \frac{D(p_i)}{2}$$

$$\arg\max_{k_i} \Pi_i(p_i, p_j, k_i) =$$

$$= \begin{cases} D(p_i) - k_j & \text{se} \quad k_j \leq \dfrac{D(p_i)}{2} \\ \dfrac{D(p_i)}{2} & \text{se} \quad k_j \geq \dfrac{D(p_i)}{2} \end{cases}$$

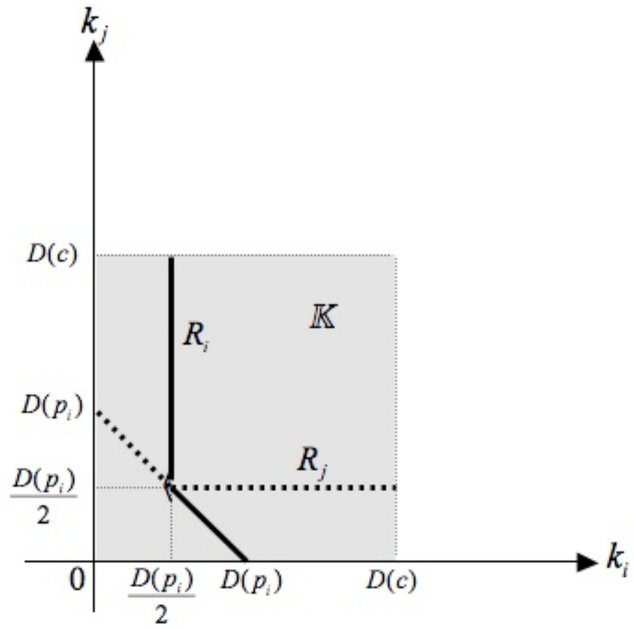
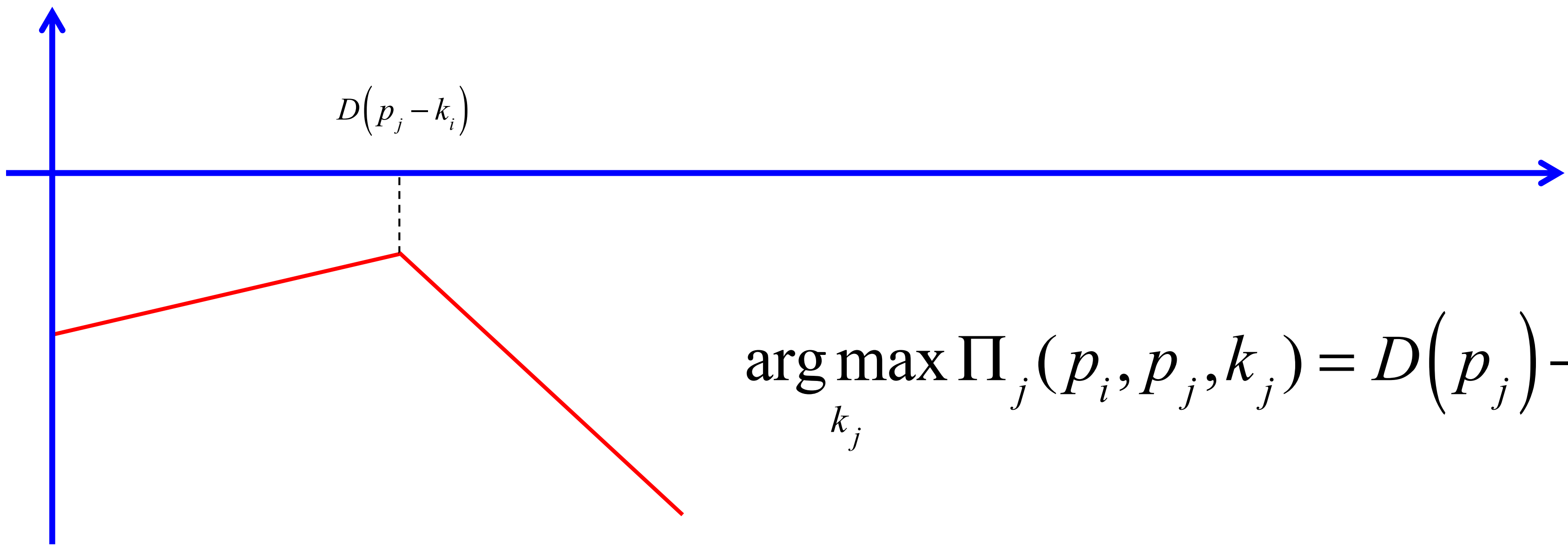


Figura 3.4. Funzioni di reazione quando $p_i = p_j > c + r$

Il gioco prezzo-capacità

$$c + r = p_i < p_j \Rightarrow k_i \in \left[0, D\left(p_i\right)\right]$$

$$\Pi_j(p_i, p_j, k_i) = \begin{cases} \left(p_j - c - r\right)k_j - F & \text{se } \; 0 \le k_j \le D\left(p_j\right) - k_i \\ \left(p_i - c\right)\left[D\left(p_j\right) - k_i\right] - rk_i - F & \text{se } \; D\left(p_j\right) - k_i \le k_j \le D\left(c\right) - k_i \end{cases}$$



$$\arg\max_{k_j} \Pi_j(p_i, p_j, k_j) = D\left(p_j\right) - k_i$$

Il gioco prezzo-capacità

$$c + r = p_i = p_j \Rightarrow \Pi_i(p_i, p_j, k_i, k_j) =$$

$$= \begin{cases} (p_i - c - r)k_i - F = -F & \text{se } \ 0 \le k_i \le \max\left\{\dfrac{D(p_i)}{2}, D(p_i) - k_j\right\} \\ (p_i - c)\max\left\{\dfrac{D(p_i)}{2}, D(p_i) - k_j\right\} - rk_i - F < -F & \text{se } \ \max\left\{\dfrac{D(p_i)}{2}, D(p_i) - k_j\right\} \le k_i \le D(c) \end{cases}$$

$$\arg\max_{k_i} \Pi_i(p_i, p_j, k_i) \in$$

$$\in \begin{cases} \left[0, D(p_i) - k_j\right] & \text{se } \ k_j \le \dfrac{D(p_i)}{2} \\ \left[0, \dfrac{D(p_i)}{2}\right] & \text{se } \ k_j \ge \dfrac{D(p_i)}{2} \end{cases}$$

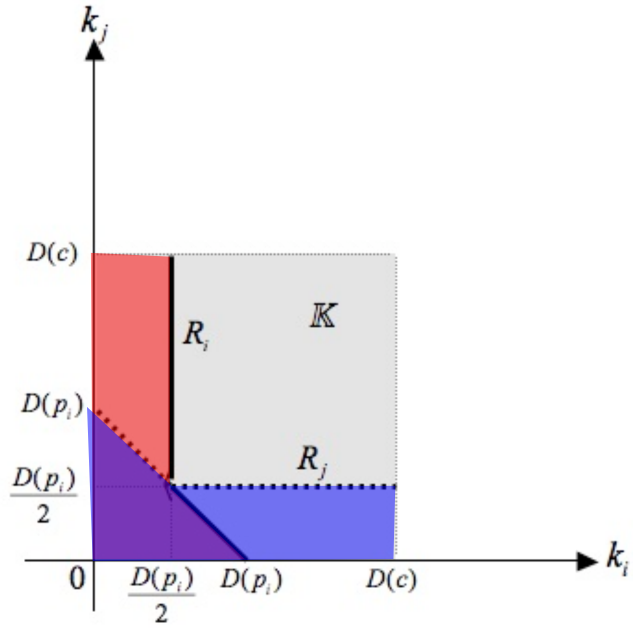


Figura 3.4. Funzioni di reazione quando $p_i = p_j > c + r$

c'è un "problema di coordinamento su cui non indaghiamo"

Il gioco prezzo-capacità

$$c+r=p_i=p_j \Rightarrow \Pi_i(p_i,p_j,k_i,k_j)=$$

$$=\begin{cases}(p_i-c-r)k_i-F=-F & \text{se } 0\le k_i\le \max\left\{\dfrac{D(p_i)}{2},D(p_i)-k_j\right\}\\ (p_i-c)\max\left\{\dfrac{D(p_i)}{2},D(p_i)-k_j\right\}-rk_i-F<-F & \text{se } \max\left\{\dfrac{D(p_i)}{2},D(p_i)-k_j\right\}\le k_i\le D(c)\end{cases}$$

$$\arg\max_{k_i}\Pi_i(p_i,p_j,k_i)\in$$

$$\in\begin{cases}\left[0,D(p_i)-k_j\right] & \text{se } k_j\le\dfrac{D(p_i)}{2}\\ \left[0,\dfrac{D(p_i)}{2}\right] & \text{se } k_j\ge\dfrac{D(p_i)}{2}\end{cases}$$

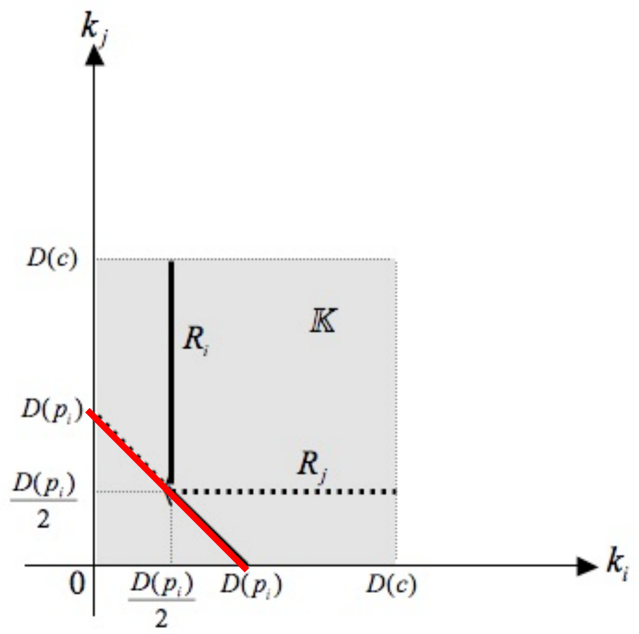
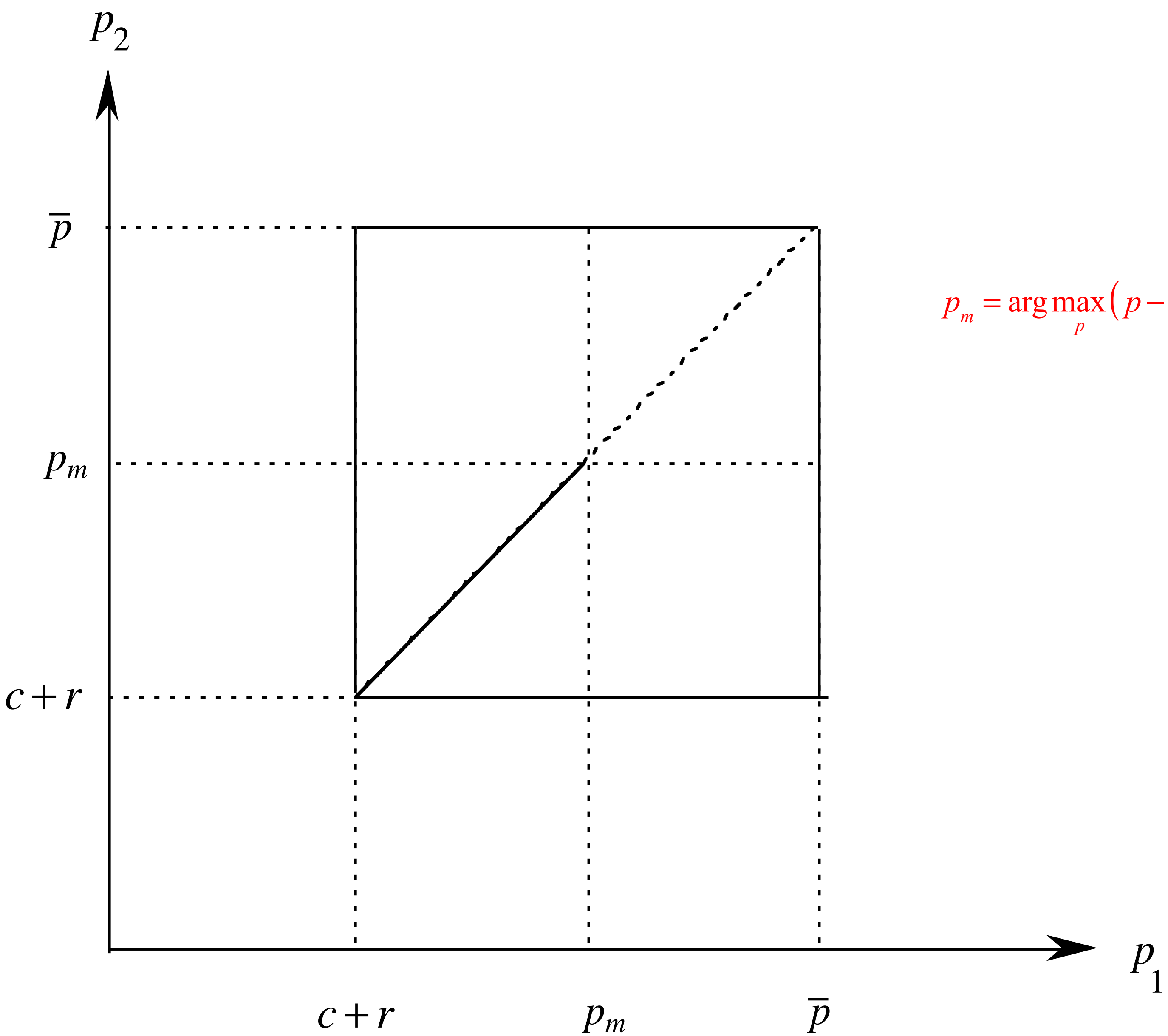


Figura 3.4. Funzioni di reazione quando $p_i=p_j>c+r$

Il gioco prezzo-capacità



$$p_m = \arg\max_p (p - c - r) D(p)$$

Il gioco varietà-prezzo

Utilizzando il *metodo dell'induzione a ritroso* dimostriamo l'esistenza di un unico *equilibrio di Nash perfetto nei sottogiochi*. Iniziamo con definire i sottogiochi di prezzo. Ciascun sottogioco di prezzo si basa sulle Assunzioni 1, 4-6, 13-14 e sulle assunzioni

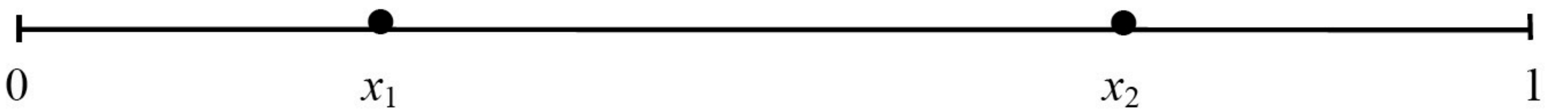
A.5.1 x_1 e x_2 ($0 \leq x_1 \leq x_2 \leq 1$) sono dati;

A.5.2 le imprese in I scelgono, simultaneamente e indipendentemente, i prezzi di offerta;

A.5.3 le strategie a disposizione dell'impresa $i \in I$ sono gli elementi dell'insieme $\mathbb{P}_i = [c, \infty]$.

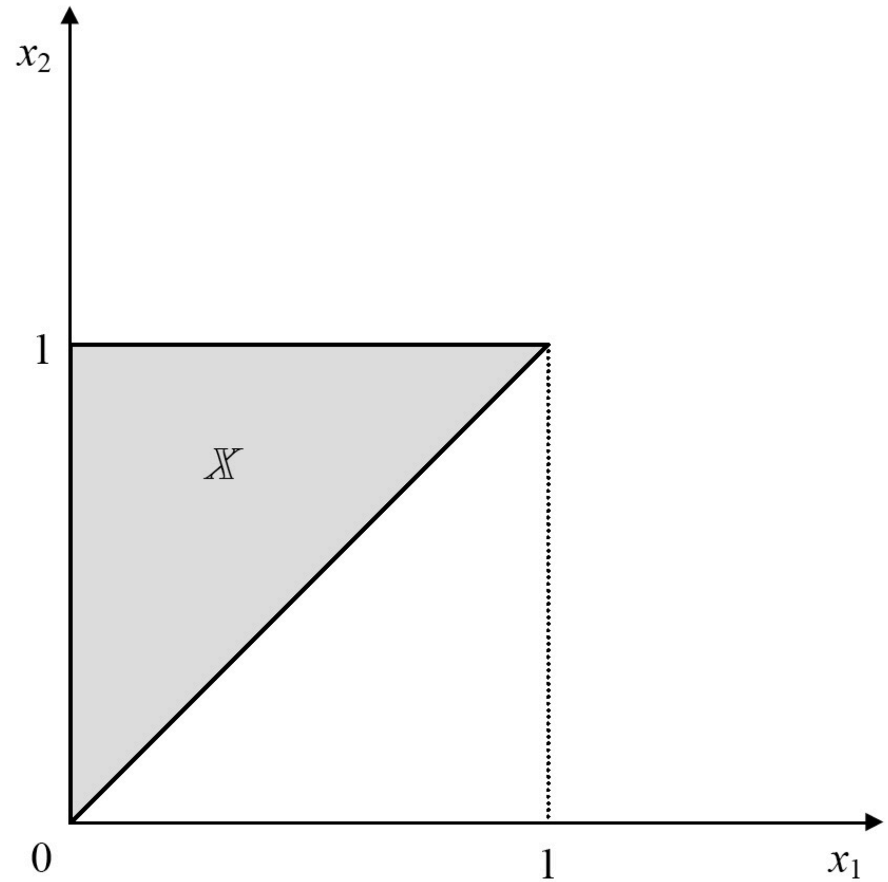
Il gioco varietà-prezzo

Figura 5.1. – *Il segmento di Hotelling*



Il gioco varietà-prezzo

Figura 5.2. – *L'insieme* $\mathbb{X} = \mathbb{X}_1 \times \mathbb{X}_2$



Il gioco varietà-prezzo: domanda

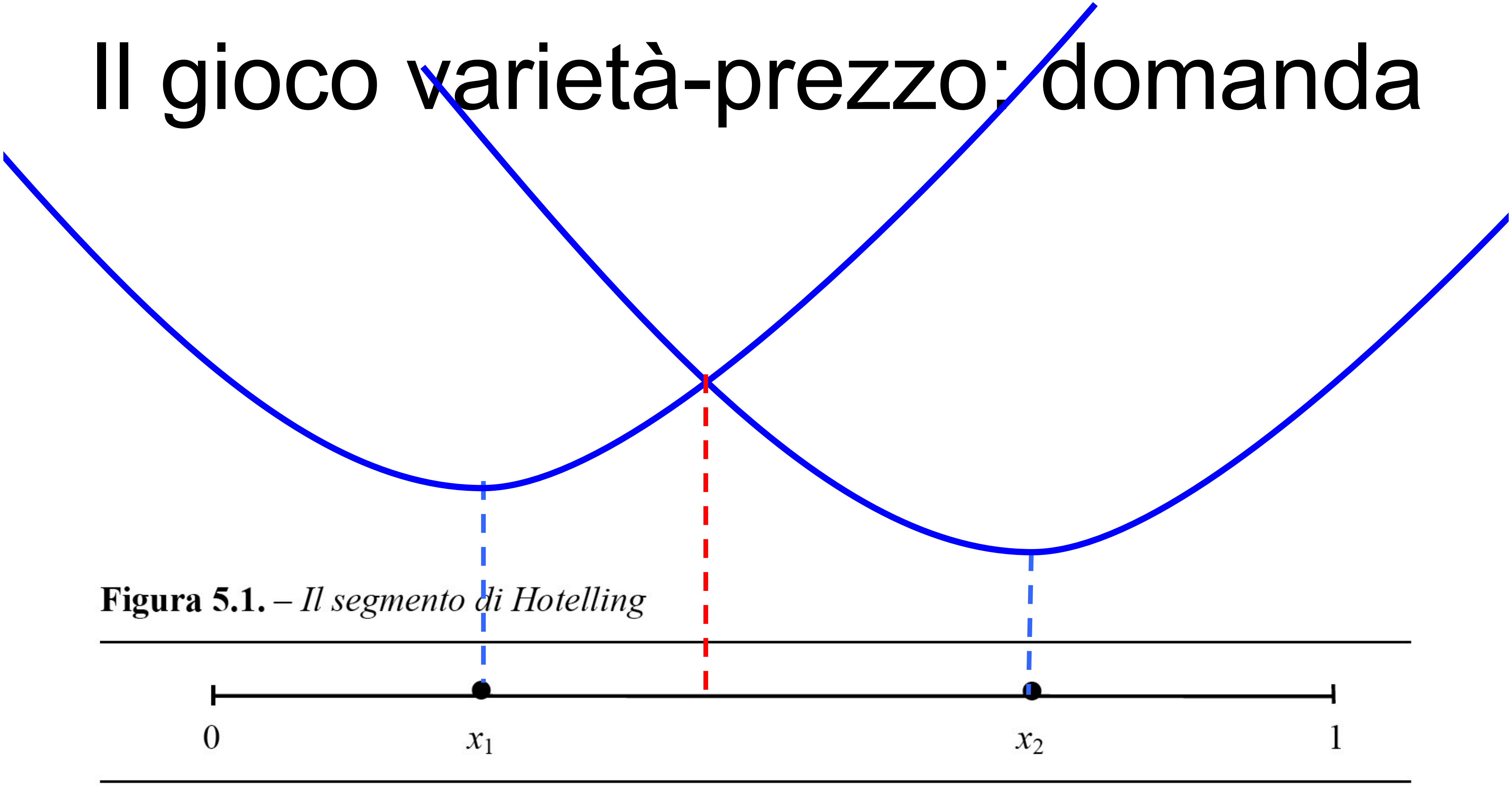


Figura 5.1. – *Il segmento di Hotelling*

Il gioco varietà-prezzo: domanda

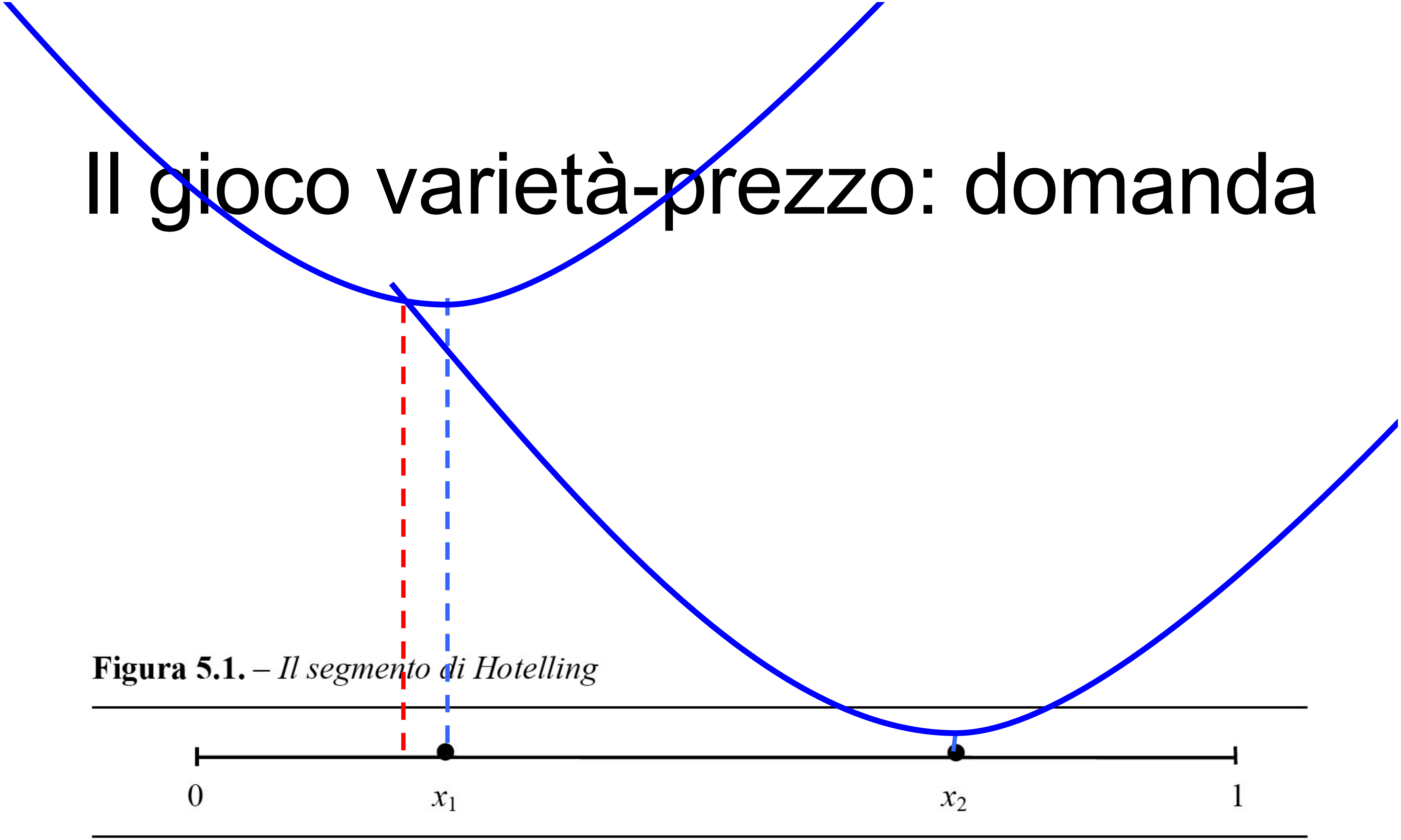


Figura 5.1. – *Il segmento di Hotelling*

Il gioco varietà-prezzo: domanda

$$D_1\left(x_1,x_2,p_1,p_2\right)=\min\left\{1,\max\left\{0,\frac{x_1+x_2}{2}+\frac{p_2-p_1}{2b\left(x_2-x_1\right)}\right\}\right\}=$$

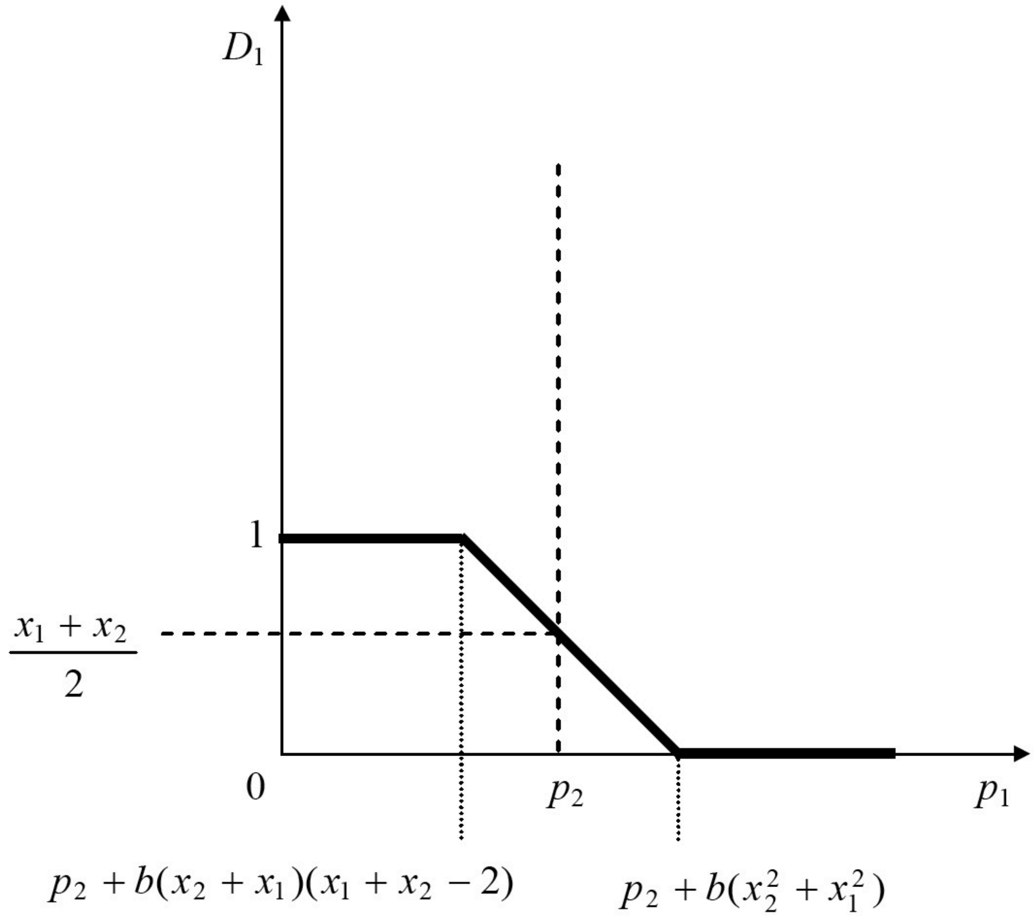
$$=\begin{cases}0 & \text{se } p_1>p_2+b\left(x_2^2-x_1^2\right)\\ \dfrac{x_1+x_2}{2}+\dfrac{p_2-p_1}{2b\left(x_2-x_1\right)} & \text{se } \max\left\{0,p_2-b\left(x_2-x_1\right)\left(2-x_1-x_2\right)\right\}\le p_1\le p_2+b\left(x_2^2-x_1^2\right)\\ 1 & \text{se } 0\le p_1<p_2-b\left(x_2-x_1\right)\left(2-x_1-x_2\right)\end{cases}$$

$$D_2\left(x_1,x_2,p_1,p_2\right)=\min\left\{1,\max\left\{0,1-\frac{x_1+x_2}{2}-\frac{p_2-p_1}{2b\left(x_2-x_1\right)}\right\}\right\}=$$

$$=\begin{cases}0 & \text{se } p_2>p_1+b\left(x_2-x_1\right)\left(2-x_1-x_2\right)\\ 1-\dfrac{x_1+x_2}{2}-\dfrac{p_2-p_1}{2b\left(x_2-x_1\right)} & \text{se } \max\left\{0,p_1-b\left(x_2^2-x_1^2\right)\right\}\le p_2\le p_1+b\left(x_2-x_1\right)\left(2-x_1-x_2\right)\\ 1 & \text{se } 0\le p_2<p_1-b\left(x_2^2-x_1^2\right)\end{cases}$$

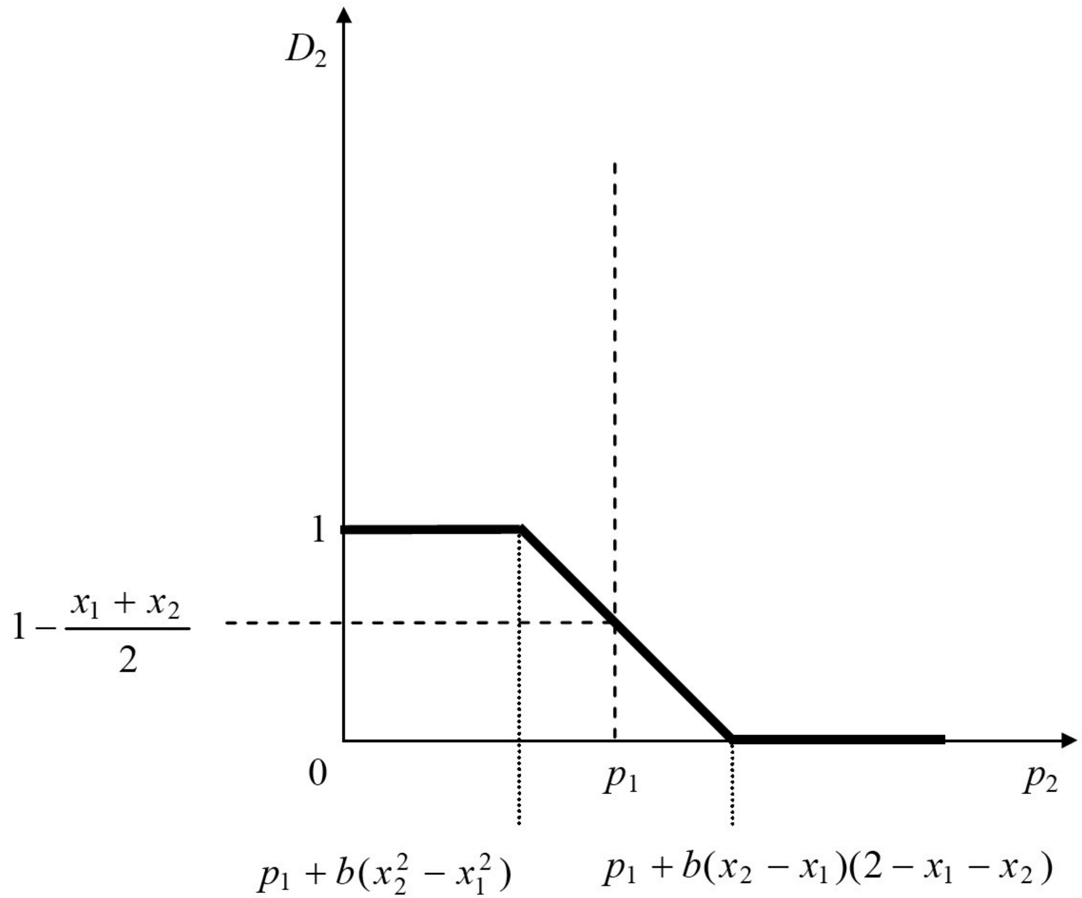
Il gioco varietà-prezzo: domanda

Figura 5.3. – *La domanda del bene x_1 come funzione di p_1, considerando dati x_1, x_2, e p_2*



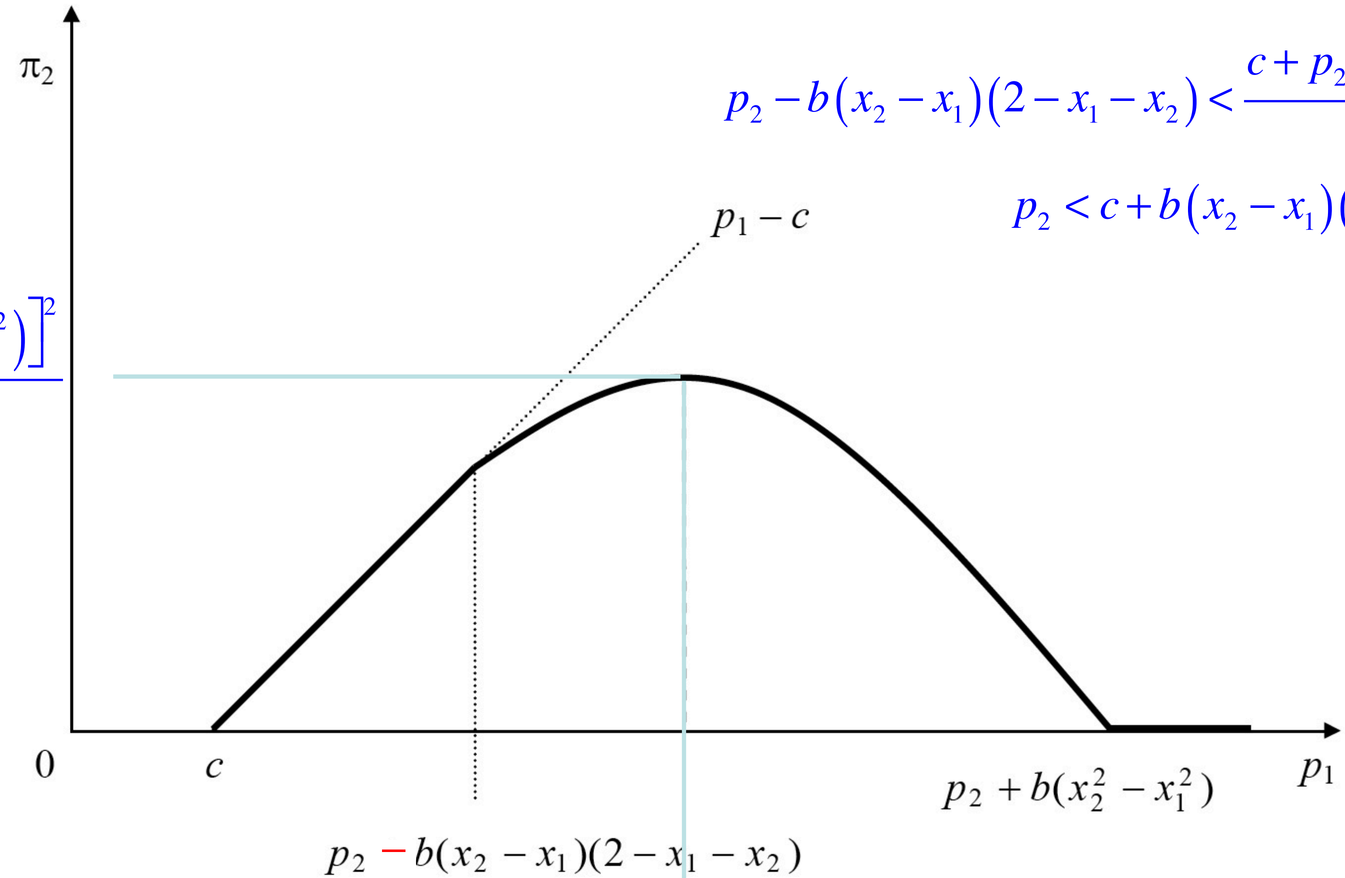
Il gioco varietà-prezzo: domanda

Figura 5.4. – *La domanda del bene x_2 come funzione di p_2, considerando dati x_1, x_2, e p_1*



Il gioco varietà-prezzo: profitto

Figura 5.5. – *La funzione del profitto dell'impresa 1 come funzione di p_1, considerando dati $x_1 < x_2$ e p_2*



$$p_2 - b(x_2 - x_1)(2 - x_1 - x_2) < \frac{c + p_2 + b(x_2^2 - x_1^2)}{2}$$

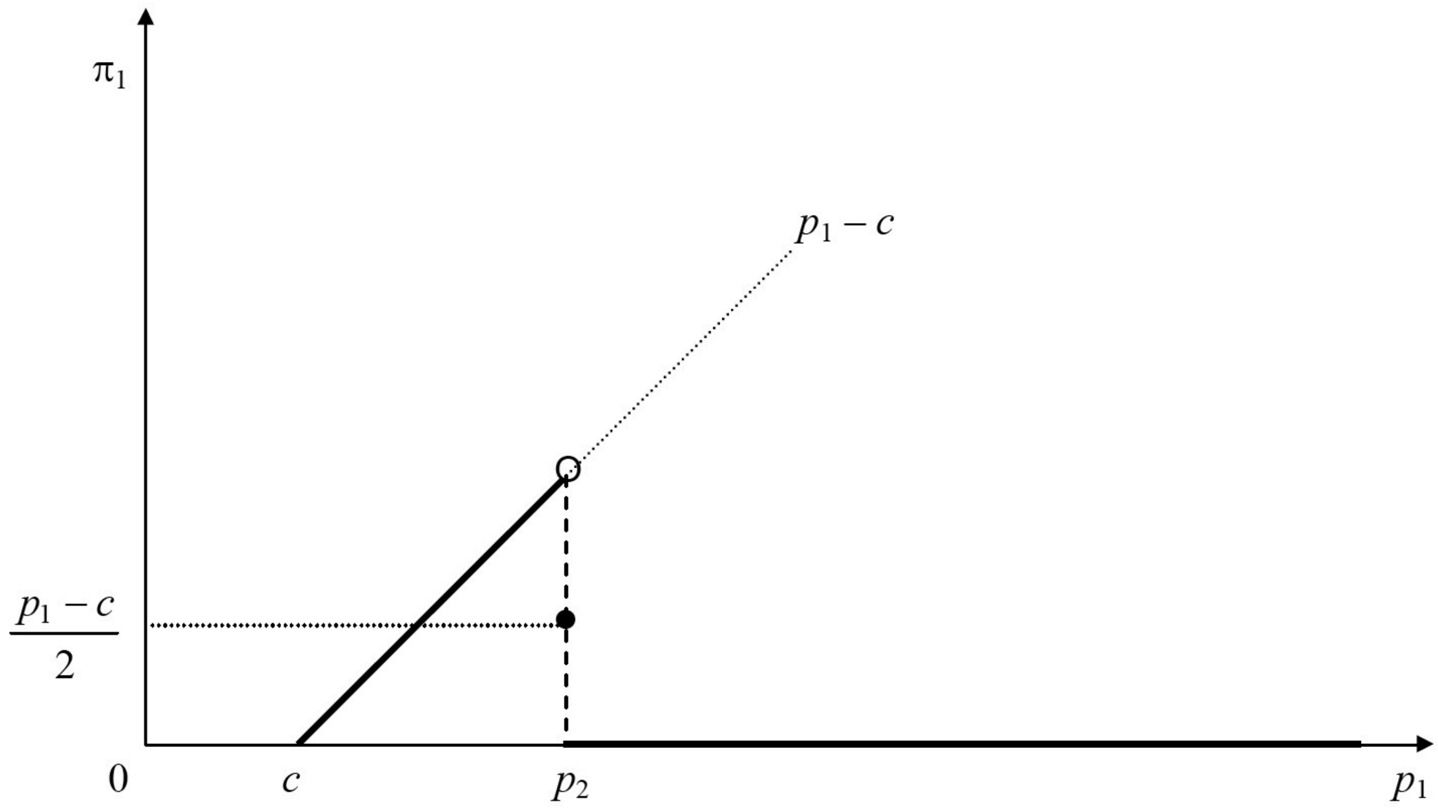
$$p_2 < c + b(x_2 - x_1)(4 - x_1 - x_2)$$

$$\frac{\left[p_2 - c + b(x_2^2 - x_1^2)\right]^2}{8b(x_2 - x_1)}$$

$$\frac{c + p_2 + b(x_2^2 - x_1^2)}{2}$$

Il gioco varietà-prezzo: profitto

Figura 5.6. – *La funzione del profitto dell'impresa 1 come funzione di p_1, considerando dati $x_1 = x_2$ e p_2.*



Il dilemma del prigioniero: struttura

		B	
		b_C	b_{NC}
A	a_C	C $\quad$ C	ND $\quad$ D
	a_{NC}	D $\quad$ ND	NC $\quad$ NC

$$D > C > NC > ND$$

Strategie (caso di due giocatori)

- Siano *A* e *B* gli insiemi di strategie a disposizione dei due giocatori nel gioco costituente.
- Le stategie del supergioco sono così definite:

$$a \in A, b \in B, E = A \times B, E^t = E^{t-1} \times E$$

$$\mathrm{A}_1 : E \to A, \mathrm{A}_2 : E^2 \to A, \ \dots \ , \mathrm{A}_t : E^t \to A$$

$$\Sigma_A = A \times \mathrm{A}_1 \times \mathrm{A}_2 \times \ \dots \ \times \mathrm{A}_t \times \ \dots$$

$$\mathrm{B}_1 : E \to B, \mathrm{B}_2 : E^2 \to B, \ \dots \ , \mathrm{B}_t : E^t \to B$$

$$\Sigma_B = B \times \mathrm{B}_1 \times \mathrm{B}_2 \times \ \dots \ \times \mathrm{B}_t \times \ \dots$$

Esiti (caso di due giocatori)

- Siano date le strategie dei giocatori

$$h_A \in \Sigma_A = A \times \mathrm{A}_1 \times \mathrm{A}_2 \times \ \ldots \ \times \mathrm{A}_t \times \ \ldots \ \times \mathrm{A}_T$$

$$h_B \in \Sigma_B = B \times \mathrm{B}_1 \times \mathrm{B}_2 \times \ \ldots \ \times \mathrm{B}_t \times \ \ldots \ \times \mathrm{B}_T$$

cui sono associati gli esiti dei singoli stadi

$$\left(g_{1h_A}, g_{1h_B}\right), \left(g_{2h_A}, g_{2h_B}\right), \ \ldots, \left(g_{th_A}, g_{th_B}\right), \ \ldots, \left(g_{Th_A}, g_{Th_B}\right)$$

Gli esiti del supergioco associati a questa coppia di strategie sono:

$$\left(\sum_{t=1}^{T} (1+r)^{-t} g_{th_A}, \sum_{t=1}^{T} (1+r)^{-t} g_{th_B}\right)$$

Trigger strategy: definizione

- Sia a_t la strategia del giocatore *A* giocata o da giocare al tempo *t*.
- Sia b_t la strategia del giocatore *B* giocata al tempo *t*.
- La Trigger strategy per il giocatore *A* consiste in

$$\begin{cases} a_t = a_C & \text{se } t = 1 \text{ o } t > 1 \text{ e } a_s = a_c \text{ e } b_s = b_c \ \forall s < t \\ a_t = a_{NC} & \text{in tutti gli altri casi} \end{cases}$$

Trigger strategy: equilibrio di Nash

Per stabilire sotto quali condizioni la trigger strategy è un equilibrio di Nash, assumiamo che il giocatore 1 adotti questa strategia e il giocatore 2 valuti cosa fare, seguendo una qualsiasi strategia y.

Gli esiti ottenuti dal giocatore 2 sono rappresentati dalla successione $Y_0, Y_1, \ldots, Y_t, \ldots$.

Il valore della strategia y è dato dal valore attuale degli esiti $V(y) = \sum_{t=0}^{\infty} d^t Yt$ dove $0 < d < 1$ è il fattore di sconto.

Poiché il giocatore 1 gioca la *trigger strategy*, se $Y_{t'} = C$, allora $Y_t = C$ per ogni $t < t'$; inoltre non possono esistere t' e t'', $t'' \neq t'$, tali che $Y_{t'} = Y_{t''} = D$. Abbiamo due casi possibili:

(i) Esiste $\tau \in \mathbb{N}_0$ tale che $Y_\tau = D$ e, se $\tau > 0$, $Y_t = C$ per ogni $0 \leq t < \tau$;

(ii) $Y_t = C$ per ogni t.

Trigger strategy: equilibrio di Nash

Una strategia non coincide con la successione degli esiti in quanto strategie diverse possono dare luogo alla stessa successione. Se il valore attuale degli esiti della strategia y è maggiore del valore attuale degli esiti della strategia y' (nell'ipotesi che l'altro giocatore giochi la *trigger strategy*) diciamo che la strategia y domina la strategia y'. Diciamo ugualmente che la strategia y domina la strategia y' quando il valore atteso degli esiti della strategia y è uguale al valore atteso della strategia y', ma la strategia y conduce ad una maggiore collusione della strategia y'.

$$
\begin{array}{llll}
Y_t = C & \Rightarrow & Y_{t-1} = C, & Y_{t+1} = C \text{ o } D \\
Y_t = NC & \Rightarrow & Y_{t-1} = NC \text{ o } D, & Y_{t+1} = NC \text{ o } ND \\
Y_t = D & \Rightarrow & Y_{t-1} = C, & Y_{t+1} = NC \text{ o } ND \\
Y_t = ND & \Rightarrow & Y_{t-1} = NC \text{ o } D, & Y_{t+1} = NC \text{ o } ND
\end{array}
$$

Tit for tat strategy: definizione

- Sia a_t la strategia del giocatore *A* giocata o da giocare al tempo *t*.
- Sia b_t la strategia del giocatore *B* giocata al tempo *t*.
- La Tit for tat strategy per il giocatore *A* consiste in

$$\begin{cases} a_t = a_C & \text{se } t = 1 \text{ o } t > 1 \text{ e } b_{t-1} = b_c \\ a_t = a_{NC} & \text{in tutti gli altri casi} \end{cases}$$

Tit for tat strategy: equilibrio di Nash

Gli esiti ottenuti dal giocatore 2 siano allora rappresentati dalla successione

$$Y_0, Y_1, \ldots, Y_t, \ldots$$

Poiché il giocatore 1 gioca la *Tit-for-tat strategy*,

– se $Y_t = C$, allora $Y_{t-1} = C$ o ND e $Y_{t+1} = C$ o D;
– se $Y_t = NC$, allora $Y_{t-1} = NC$ o D e $Y_{t+1} = NC$ o ND;
– se $Y_t = D$, allora $Y_{t-1} = C$ o ND e $Y_{t+1} = NC$ o ND;
– se $Y_t = ND$, allora $Y_{t-1} = NC$ o D e $Y_{t+1} = C$ o D.

Inoltre $Y_0 = C$ o D. Abbiamo quattro casi possibili:

Tit for tat strategy: equilibrio di Nash

(i) Esistono due successioni

$$\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n, \ldots$$

$$\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n, \ldots$$

tali che

$$0 \le \tau_1 < \theta_1 < \tau_2 < \theta_2 < \ldots < \tau_n < \theta_n < \ldots$$

e $Y_{\tau_i} = D$, $Y_{\theta_i} = ND$, $Y_t = NC$ se $\tau_i < t < \theta_i$, $Y_t = C$ se $0 \le t < \tau_1$ o $\theta_i < t < \tau_{i+1}$.

Tit for tat strategy: equilibrio di Nash

(ii) Esistono n numeri $\tau_1, \tau_2, ..., \tau_n$ ed $n - 1$ numeri $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_{n-1}$ $(n \geq 1)$ tali che

$$0 \leq \tau_1 < \theta_1 < \tau_2 < \theta_2 < ... < \tau_{n-1} < \theta_{n-1} < \tau_n$$

e $Y_{\tau_i} = D$, $Y_{\theta_i} = ND$, $Y_t = NC$ se $\tau_i < t < \theta_i$ o $t > \tau_n$, $Y_t = C$ se $0 \leq t < \tau_1$ o $\theta_i < t < \tau_{i+1}$.

(iii) Esistono n numeri $\tau_1, \tau_2, ..., \tau_n$ ed n numeri $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_n$ $(n \geq 1)$ tali che

$$0 \leq \tau_1 < \theta_1 < \tau_2 < \theta_2 < ... < \tau_n < \theta_n$$

e $Y_{\tau_i} = D$, $Y_{\theta_i} = ND$, $Y_t = NC$ se $\tau_i < t < \theta_i$, $Y_t = C$ se $0 \leq t < \tau_1$ o $\theta_i < t < \tau_{i+1}$ o $t > \theta_n$.

(iv) $Y_t = C$ per ogni t.

Tit for tat strategy: equilibrio di Nash

Sia y una strategia tale che $\tau_i + 1 < \theta_i$ e sia y' un'altra strategia e y e y' siano tali che $Y_t = Y'_t$ per ogni t tranne che in $\omega = \tau_i$ e $\omega + 1$ in cui $Y_\omega = D$, $Y_{\omega+1} = NC$, $Y'_\omega = C$, $Y'_{\omega+1} = D$ (ovviamente $Y_t = Y'_t = C$ se $\theta_{i-1} < t < \omega$ e $Y_t = Y'_t = NC$ se $\omega + 1 < t < \theta_i$. La differenza tra i valori attuali degli esiti delle due strategie sono:

$$V(y') - V(y) = Cd^\omega + Dd^{\omega+1} - Dd^\omega - NCd^{\omega+1} = d^\omega \left[C - D + d(D - NC) \right]$$

Tit for tat strategy: equilibrio di Nash

$$r \leq \frac{C - NC}{D - C} \Rightarrow$$

$$(i)\ \exists\ \tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_t, \ldots :$$

$$Y_{\tau_i} = D, Y_{\tau_i + 1} = ND, Y_t = C \text{ se } \tau_i + 1 < t < \tau_{i+1}$$

$$(iii)\ \exists\ \tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_t, \ldots, \tau_n :$$

$$Y_{\tau_i} = D, Y_{\tau_i + 1} = ND, Y_t = C \text{ se } \tau_i + 1 < t < \tau_{i+1}, t > \tau_n + 1$$

$$(iv)\ Y_t = C \quad \forall t$$

Tit for tat strategy: equilibrio di Nash

Consideriamo due strategie, y e y' tali che $Y_t = Y'_t$ per ogni t tranne in ω e ω + 1 in cui $Y_\omega = C$, $Y_{\omega+1} = C$, $Y'_\omega = D$, $Y'_{\omega+1} = ND$ (nell'ipotesi che $Y_{\omega+2} = Y'_{\omega+2} = C$ o ND e, se $\omega > 0$, $Y_{\omega-1} = Y'_{\omega-1} = C$ o ND):

$$V(y) - V(y') = Cd^{\omega} + Cd^{\omega+1} - Dd^{\omega} - NDd^{\omega+1} = d^{\omega}\left[C - D - d(ND - C)\right].$$

Da cui,

$$V(y) - V(y') \geq 0 \Leftrightarrow d \geq \frac{D-C}{C-ND} \Leftrightarrow r \leq \frac{2C - D - ND}{D-C}.$$

$$(C-D) + (C-ND)d \geq 0$$

$$(C-ND)d \geq D-C$$

$$d \geq \frac{D-C}{C-ND} \Leftrightarrow r \leq \frac{2C-D-ND}{D-C}$$

$$\frac{1}{1+r} \geq \frac{D-C}{C-ND}$$

$$C - ND \geq (1+r)(D-C)$$

$$2C - D - ND \geq r(D-C)$$

Tit for tat strategy: equilibrio di Nash

Consideriamo due strategie, y e y' tali che $Y_t = Y'_t$ per ogni t tranne in ω e ω + 1 in cui $Y_\omega = C$, $Y_{\omega+1} = C$, $Y'_\omega = D$, $Y'_{\omega+1} = ND$ (nell'ipotesi che $Y_{\omega+2} = Y'_{\omega+2} = C$ o ND e, se $\omega > 0$, $Y_{\omega-1} = Y'_{\omega-1} = C$ o ND):

$$V(y) - V(y') = Cd^{\omega} + Cd^{\omega+1} - Dd^{\omega} - NDd^{\omega+1} = d^{\omega}\left[C - D - d(ND - C)\right].$$

Da cui,

$$V(y) - V(y') \geq 0 \Leftrightarrow d \geq \frac{D-C}{C-ND} \Leftrightarrow r \leq \frac{2C-D-ND}{D-C}.$$

$$\left(C-D\right) + \left(C-ND\right)d \geq 0$$

$$\left(C-ND\right)d \geq D-C$$

$$d \geq \frac{D-C}{C-ND} \Leftrightarrow r \leq \frac{2C-D-ND}{D-C}$$

$$\frac{1}{1+r} \geq \frac{D-C}{C-ND}$$

$$C-ND \geq \left(1+r\right)\left(D-C\right)$$

$$2C-D-ND \geq r\left(D-C\right)$$

Tit for tat strategy e Trigger strategy (confronto)

$$\boxed{\begin{array}{ll} r \leq \dfrac{C - NC}{D - C} & \text{se } C + NC \geq D + ND \\[2ex] r \leq \dfrac{2C - D - ND}{D - C} & \text{se } C + NC \leq D + ND \end{array}}$$

$$\boxed{r \leq \frac{C - NC}{D - C}}$$

Trigger strategy

$$\boxed{r \leq \frac{C - NC}{D - C}}$$

$C, C, C, \ldots$ $\quad$ $D, NC, NC, \ldots$

$$\frac{C - NC}{D - C}$$

Tit for tat strategy

$$\boxed{\begin{array}{l} D+ND > C+NC \Rightarrow \\ \dfrac{D+ND-2NC}{NC-ND} > \dfrac{C-NC}{D-C} > \dfrac{2C-D-ND}{D-C} \end{array}}$$

$$\frac{D+ND-2NC}{NC-ND} = \frac{D-NC}{NC-ND} + \frac{ND-NC}{NC-ND} >$$

$$\frac{D-NC}{D-C} - 1 = \frac{C-NC}{D-C}$$

Tit for tat strategy

$$\boxed{\begin{array}{l} D + ND < C + NC \Rightarrow \\ \dfrac{D + ND - 2NC}{NC - ND} < \dfrac{C - NC}{D - C} < \dfrac{2C - D - ND}{D - C} \end{array}}$$

$C, C, C, \ldots$ $\quad D, NC, NC, \ldots$ $\quad D, NC, NC, \ldots$

$\dfrac{C - NC}{D - C}$ $\quad \dfrac{2C - D - ND}{D - C}$

Tit for tat strategy

$$\boxed{\begin{array}{l} D + ND > C + NC \Rightarrow \\ \dfrac{D+ND-2NC}{NC-ND} > \dfrac{C-NC}{D-C} > \dfrac{2C-D-ND}{D-C} \end{array}}$$

$C, C, C, \ldots$ $\quad D, ND, D, \ldots$ $\quad D, ND, D, \ldots$ $\quad D, NC, NC, \ldots$

$$\frac{2C-D-ND}{D-C} \qquad \frac{C-NC}{D-C} \qquad \frac{D+ND-2NC}{NC-ND}$$

Tit for tat strategy

Consideriamo due strategie, y e y' tali che $Y_t = Y'_t$ per ogni t tranne in ω e $\omega+1$ in cui $Y_\omega = NC$, $Y_{\omega+1} = NC$, $Y'_\omega = ND$, $Y'_{\omega+1} = D$ (nell'ipotesi che $Y_{\omega+2} = Y'_{\omega+2} = NC$ o ND e, se $\omega > 0$, $Y_{\omega-1} = Y'_{\omega-1} = NC$ o ND):

$$V(y) - V(y') = NCd^\omega + NCd^{\omega+1} - NDd^\omega - Dd^{\omega+1} = d^\omega \left[NC - ND - d(D - NC) \right].$$

Da cui,

$$V(y) - V(y') \geq 0 \Leftrightarrow d \leq \frac{NC - ND}{D - NC} \Leftrightarrow r \geq \frac{D + ND - 2NC}{NC - ND}.$$

$$NC - ND - d(D - NC) \geq 0$$

$$(D - NC)d \leq NC - ND$$

$$d \leq \frac{NC - ND}{D - NC} \Leftrightarrow r \geq \frac{D + ND - 2NC}{NC - ND}$$

$$\frac{1}{1+r} \geq \frac{NC - ND}{D - NC}$$

$$D - NC \geq (1+r)(NC - ND)$$

$$D + ND - 2NC \geq r(NC - ND)$$

Il dilemma del prigioniero ripetuto un numero di volte finito ma non certo

- Dal valore attuale al valore atteso (o speranza matematica).
- Il caso della probabilità di ripetizione costante nel tempo.
- $$\frac{p}{1+r} = \frac{1}{1+R}$$
  $$(r <)R = \frac{1+r-p}{p} \leq \ \ldots$$

Grado di collusione quando il gioco costituente è il modello di Cournot

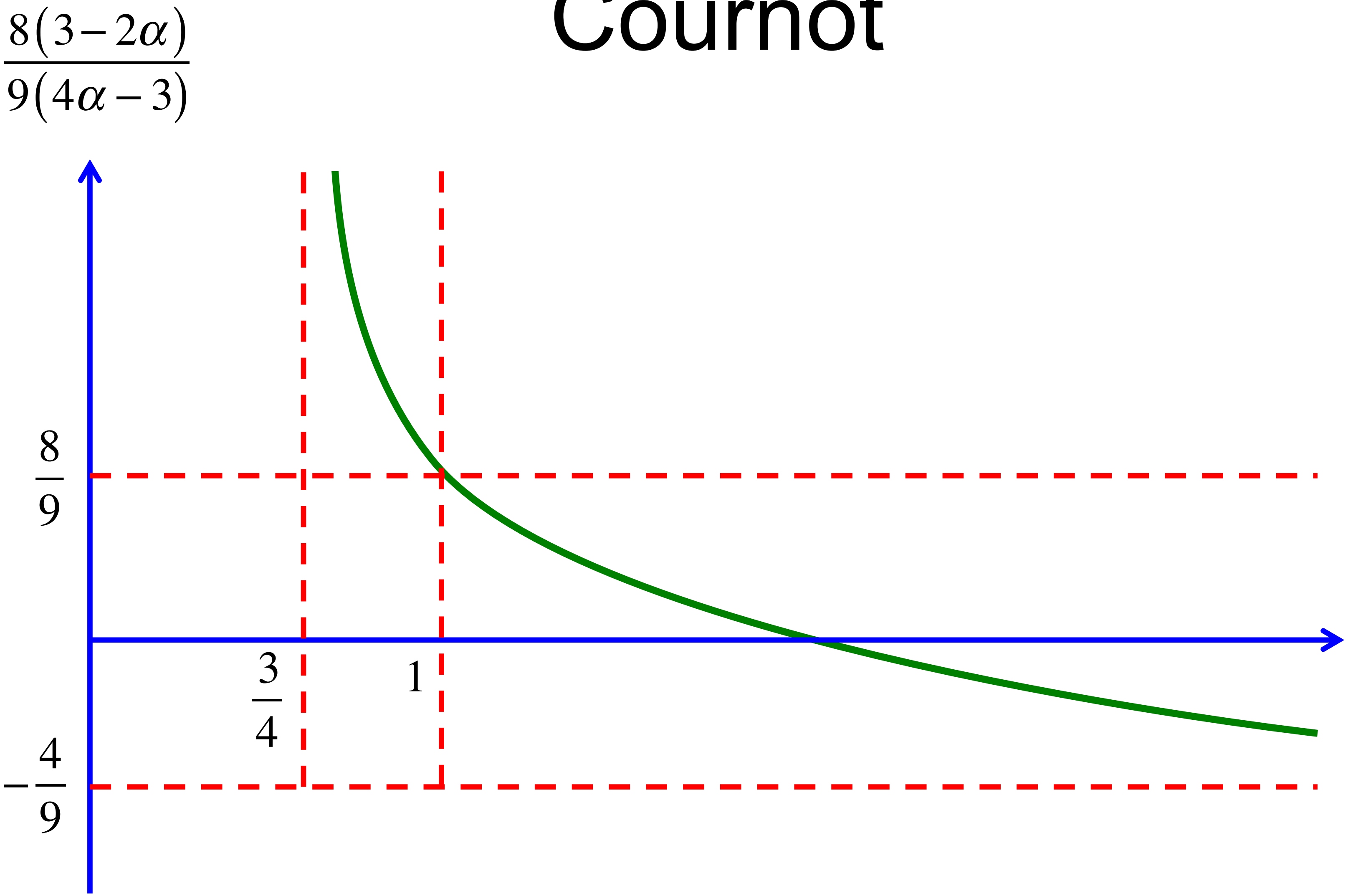
$$D > C > NC > ND$$

$$D = \frac{(4\alpha - 1)^2 (a-c)^2}{64\alpha^2 b}, \quad C = \frac{(2\alpha - 1)(a-c)^2}{8\alpha^2 b}$$

$$NC = \frac{(a-c)^2}{9b}, \qquad ND = \frac{(4\alpha - 1)(a-c)^2}{32\alpha^2 b}$$

$$\frac{(4\alpha - 1)^2}{64\alpha^2} > \frac{2\alpha - 1}{8\alpha^2} > \frac{1}{9} > \frac{4\alpha - 1}{32\alpha^2}$$

Grado di collusione quando il gioco costituente è il modello di Cournot



Saggio di interesse

$$(1+r)^f = 1+i$$

$$1+fr+o(r)=1+i$$

$$r \approx \frac{i}{f}$$

$$\frac{1}{1+\frac{i}{f}} > \frac{D-C}{D-NC} \approx \frac{1}{2}$$

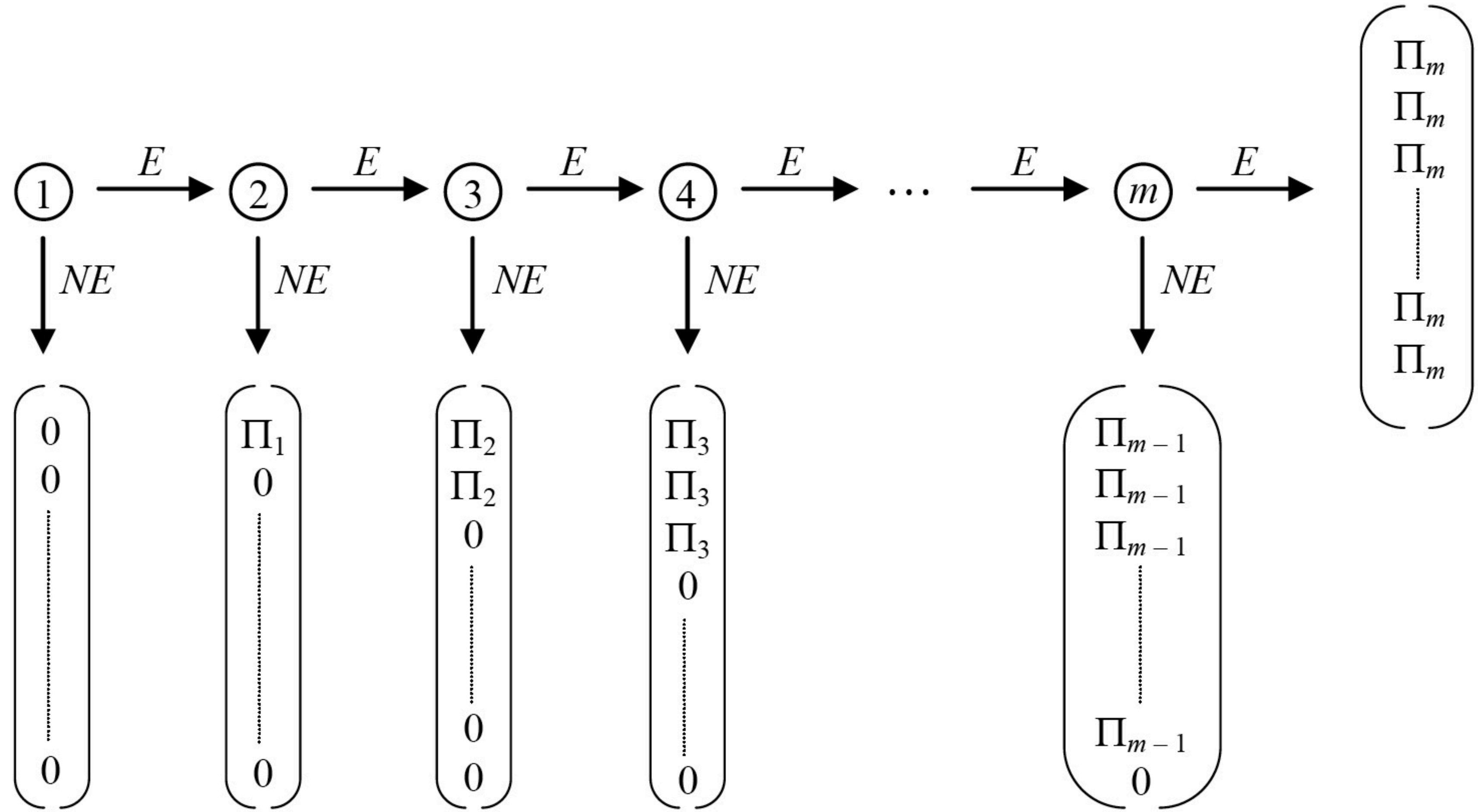
Un maggior numero di giocatori riduce la possibilità di colludere

$$\frac{1}{1+\frac{i}{f}}\ h(1+g) > \frac{D-C}{D-NC} \approx \frac{n-1}{n}$$

$$i < f\left[\frac{n}{n-1}h(1+g)-1\right]$$

I giochi di entrata

Figura 8.1. – *L'albero nella prima fase del gioco di entrata*



Il modello di Cournot: Variazioni di N

$$\Pi_i = \left[P(K) - c - r\right]k_i - F$$

$$K = k_1 + k_2 + ... + k_n$$

$$P'(K)k_i + P(K) - c - r = 0$$

$$P'(K_N)k_N + P(K_N) - c - r = 0$$

Proposizione 1: $k_{N+1} < k_N$

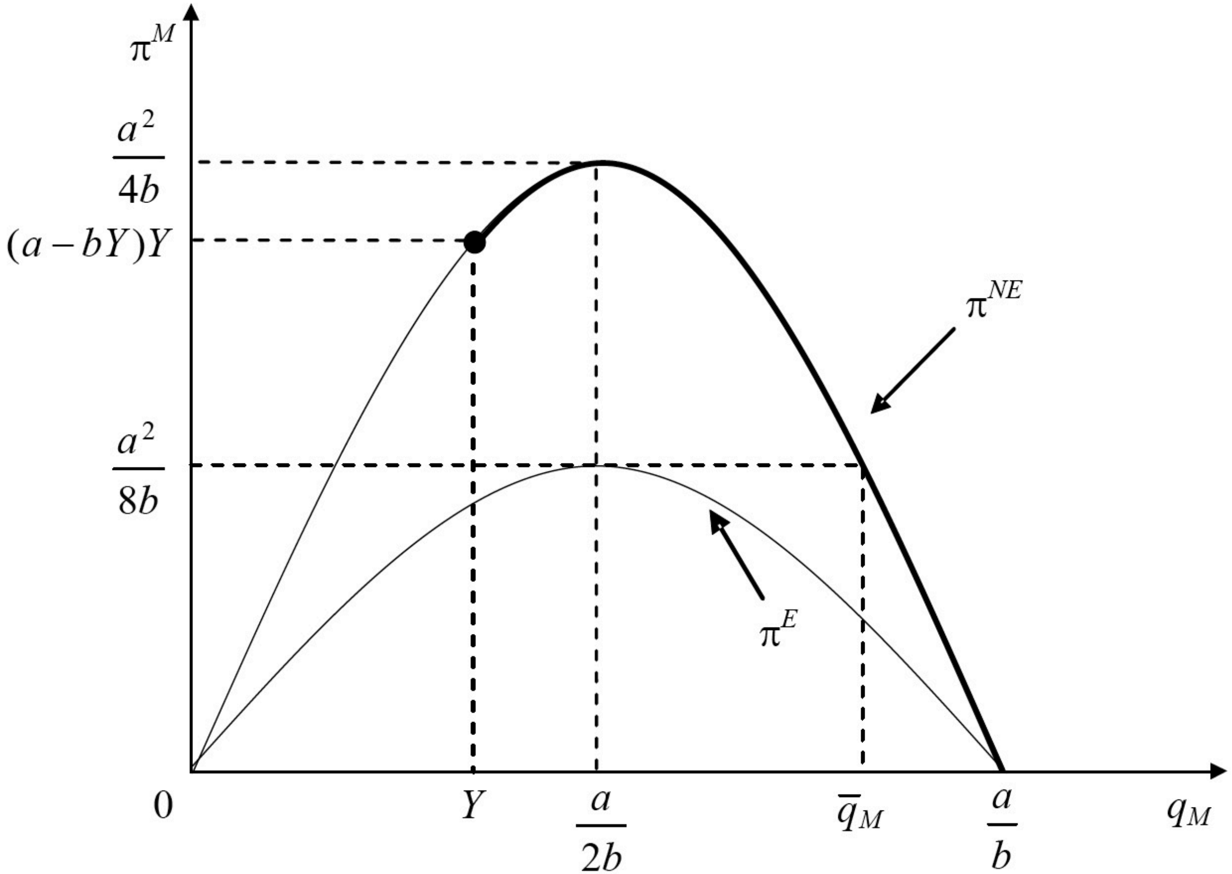
Proposizione 2: $K_{N+1} > K_N$

Proposizione 3: $P\left(K_N\right) > c + r$

$$\lim_{N \to \infty} k_N = 0 \Rightarrow \lim_{N \to \infty} P\left(K_N\right) = c + r$$

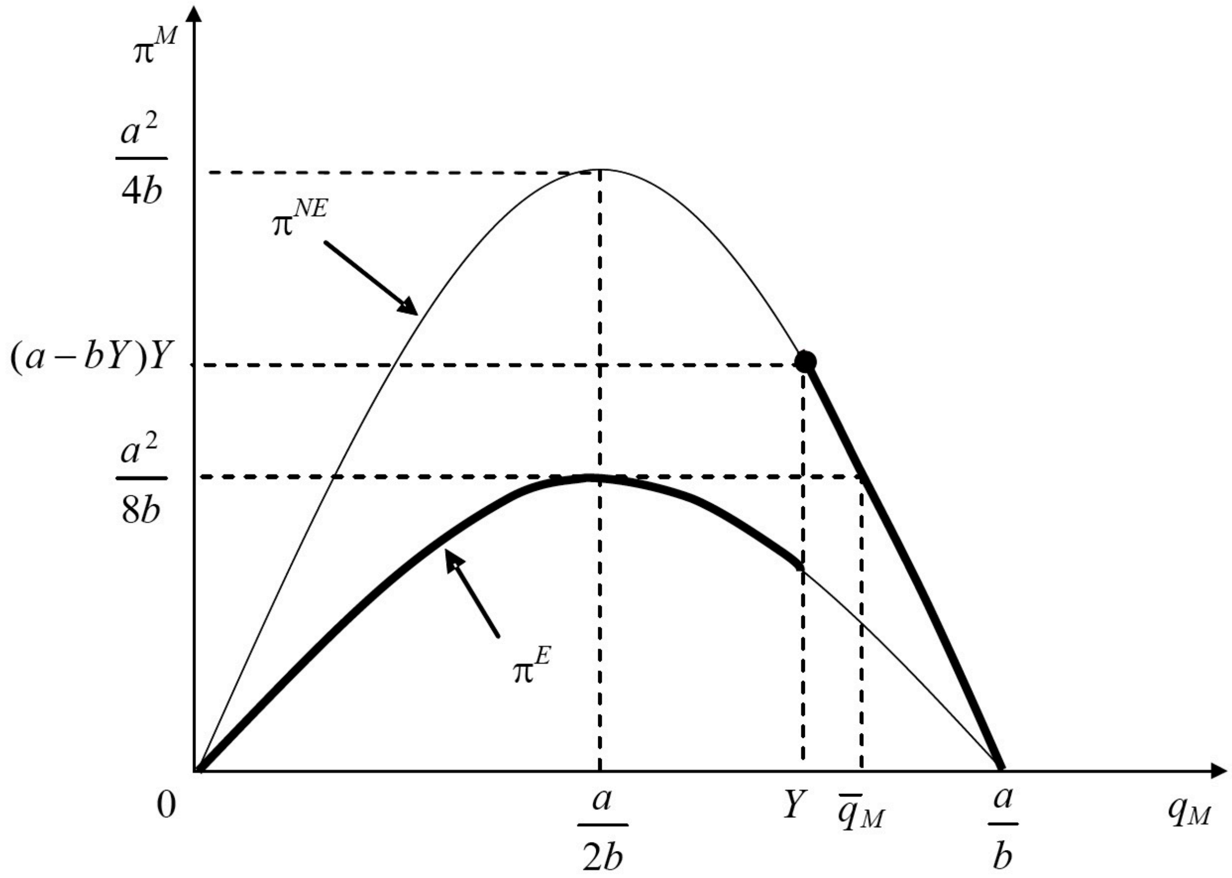
Entrata bloccata

Figura 9.1. – *Entrata bloccata*



Entrata impedita

Figura 9.2. – *Entrata impedita*



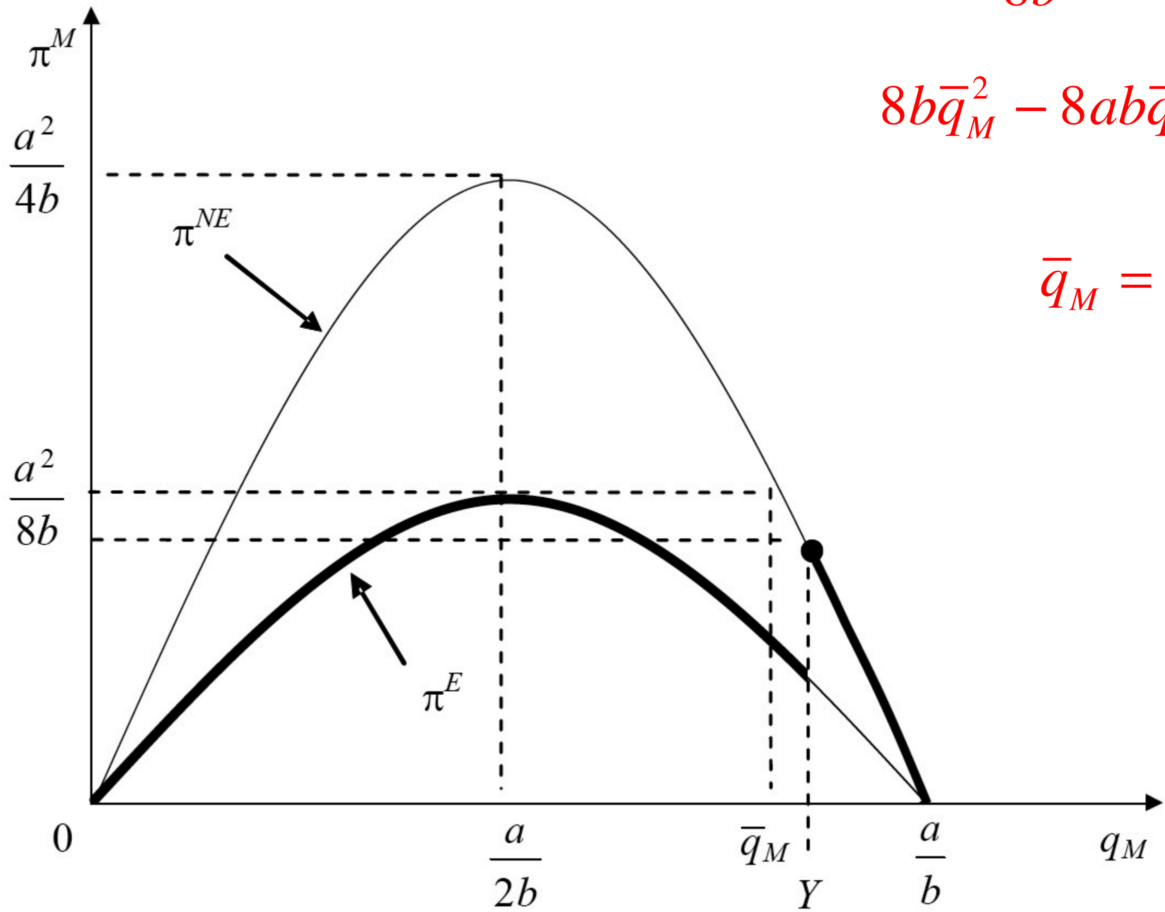
Entrata accomodata

Figura 9.3. – *Entrata accomodata*

$$\frac{a^2}{8b} = \left(a - b\bar{q}_M\right)\bar{q}_M$$

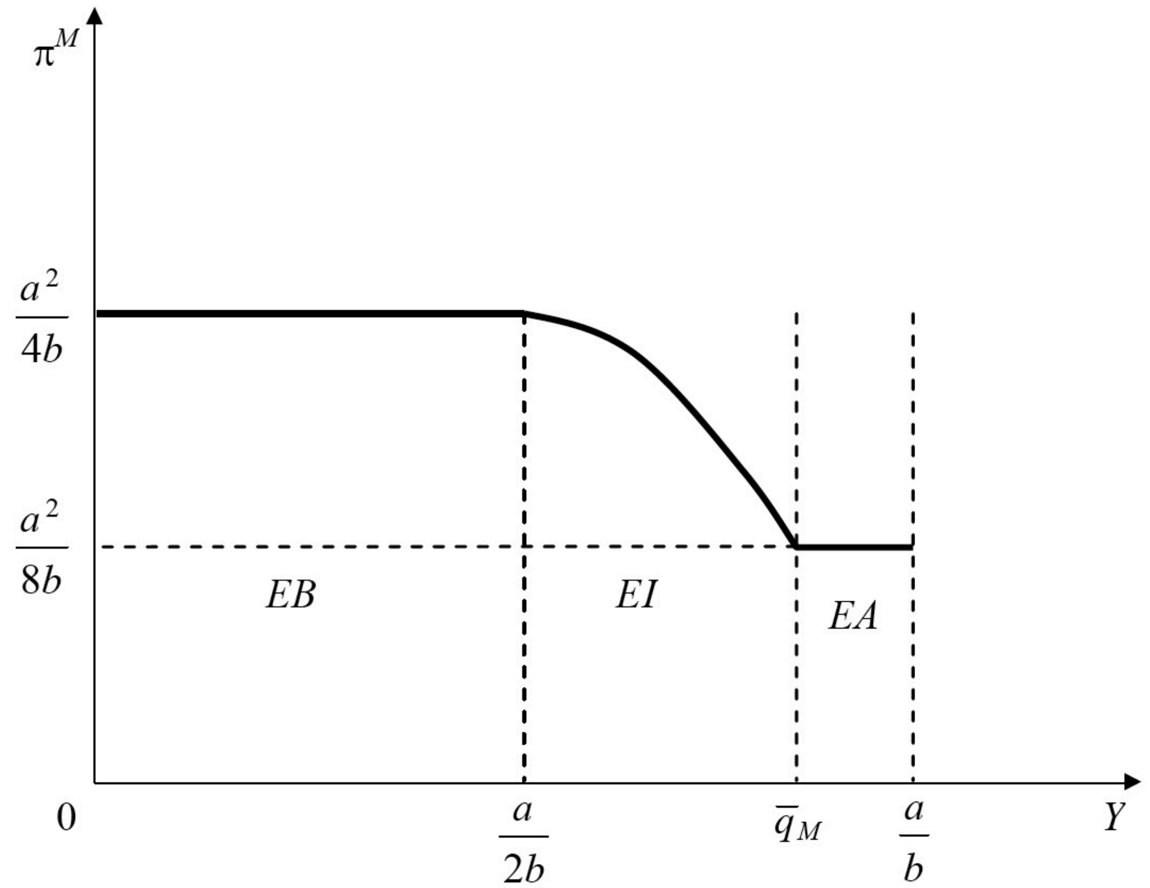
$$8b\bar{q}_M^2 - 8ab\bar{q}_M + a^2 = 0$$

$$\bar{q}_M = \frac{a\left(2+\sqrt{2}\right)}{4b}$$



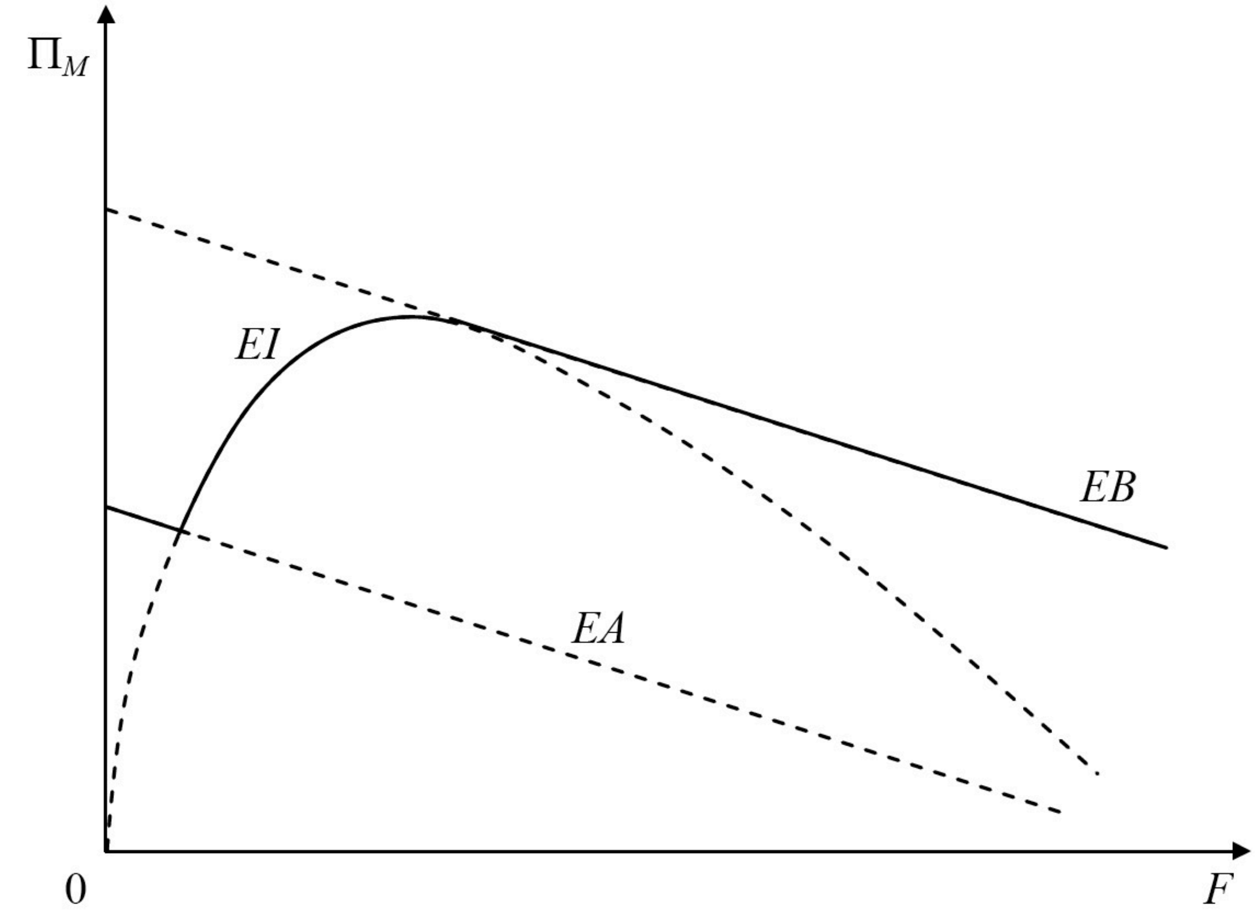
Il profitto dell'impresa *M*

Figura 9.4. – *I profitti dell'impresa monopolista in funzione di Y. (EB) entrata bloccata, (EI) entrata impedita, (EA) entrata accomodata*



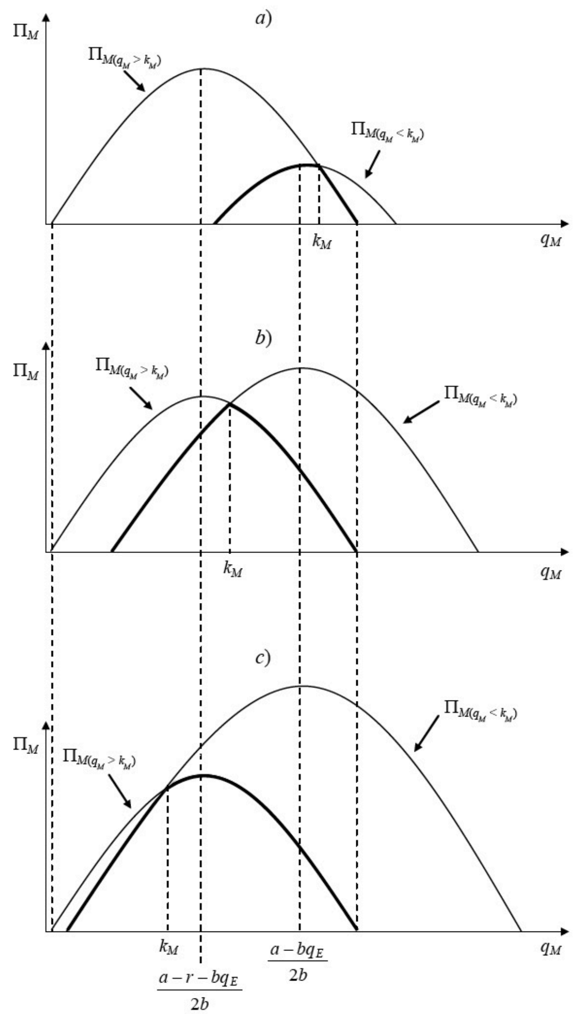
Il modello di Bain-Sylos Labini-Modigliani

Figura 9.5. – *I profitti dell'impresa monopolista M in funzione del livello dei costi fissi*



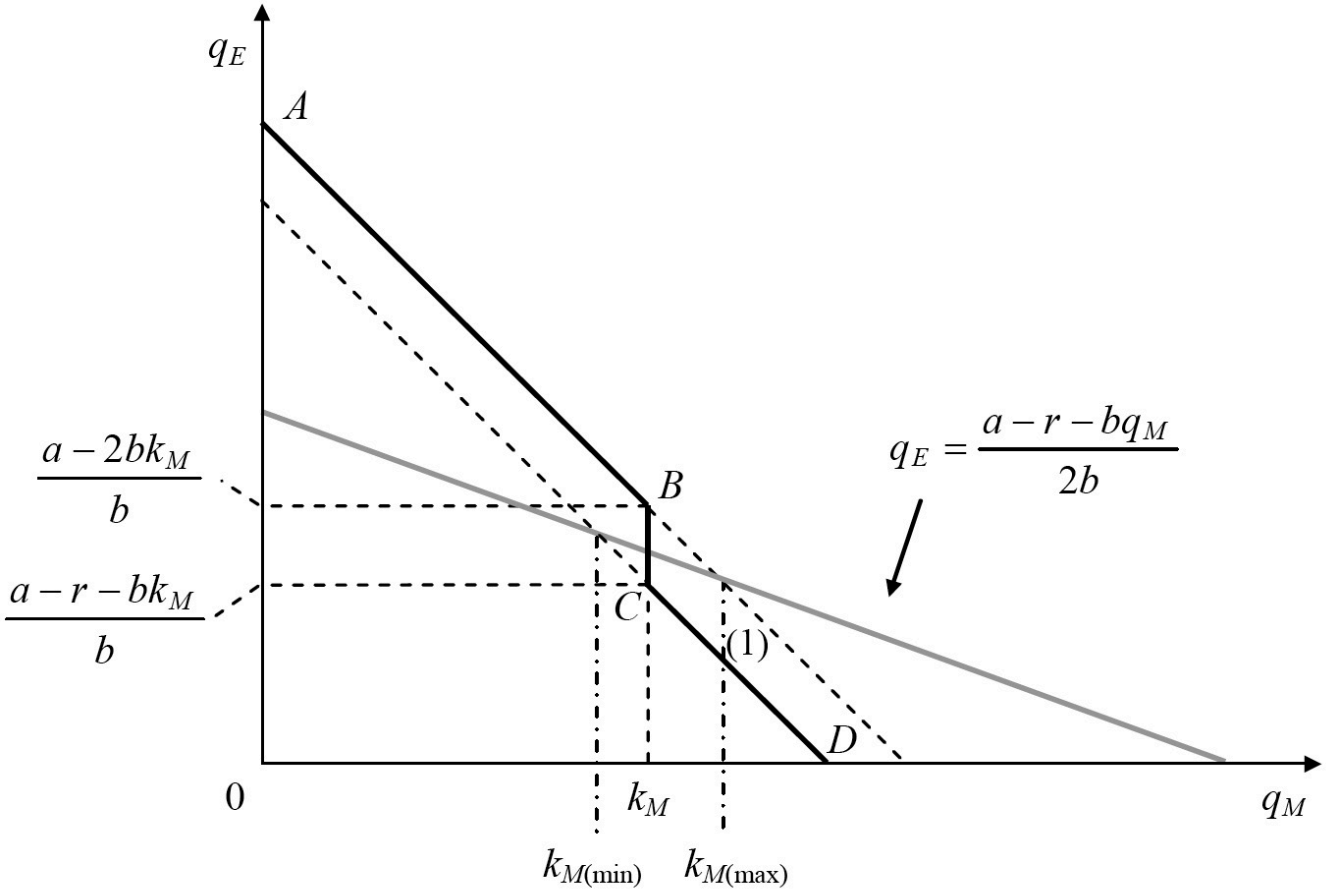
Il modello di Dixit: terzo stadio

Figura 9.6. – *a) Entrambe le parabole sono decrescenti in $q_M = k_M$; b) una parabola è crescente e l'altra è decrescente in $q_M = k_M$; c) Entrambe le parabole sono crescenti in $q_M = k_M$*



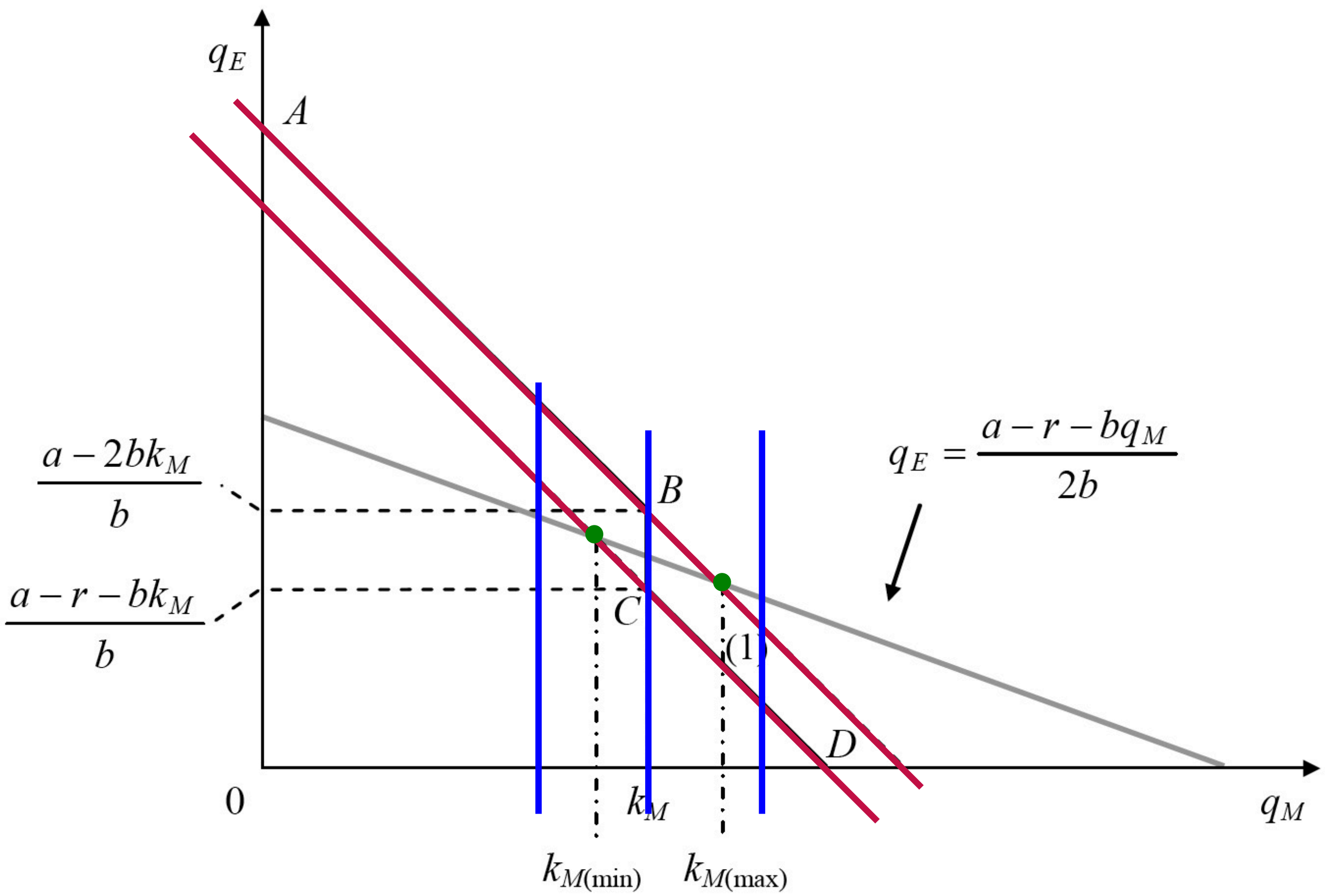
Il modello di Dixit: terzo stadio

Figura 9.7. – *Funzione di reazione dell'impresa M ed E, ed equilibri di Nash*

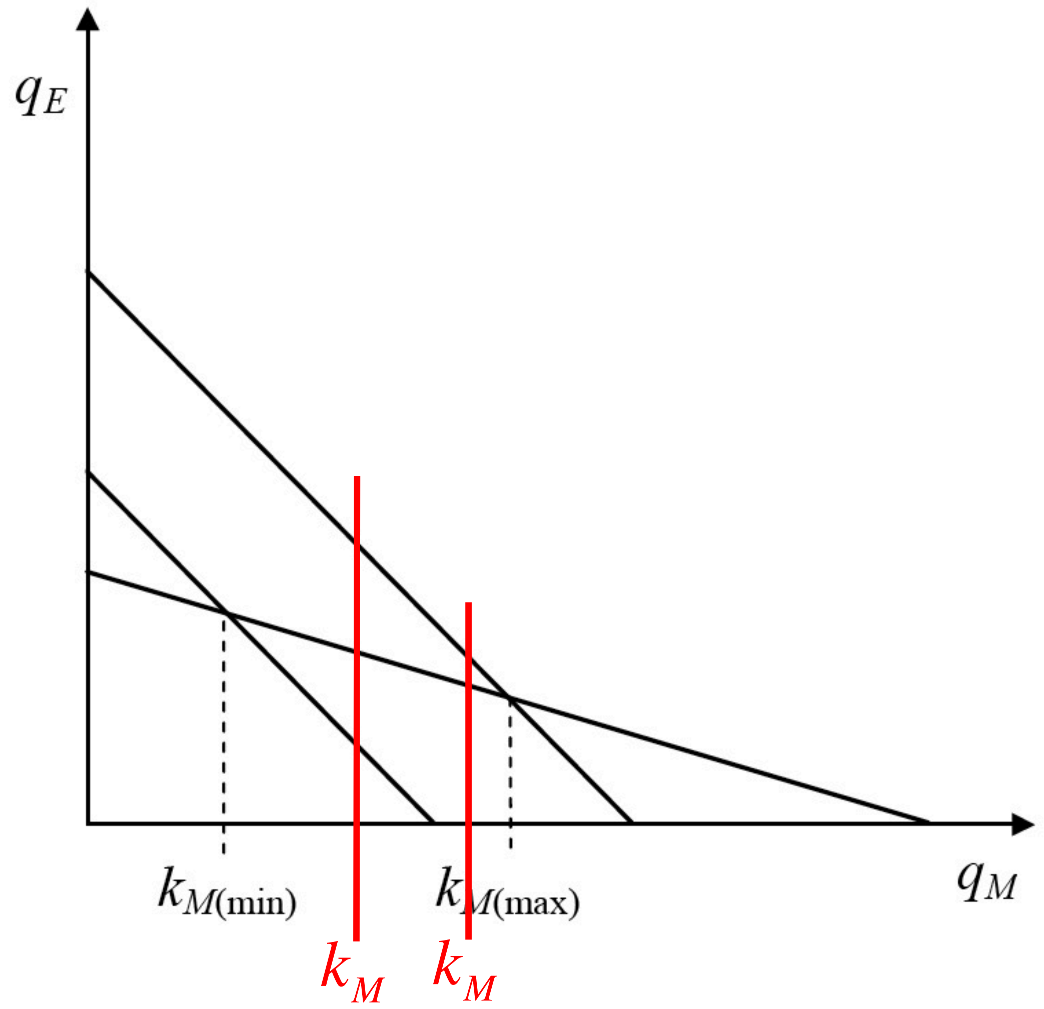


Il modello di Dixit: terzo stadio

Figura 9.7. – *Funzione di reazione dell'impresa M ed E, ed equilibri di Nash*

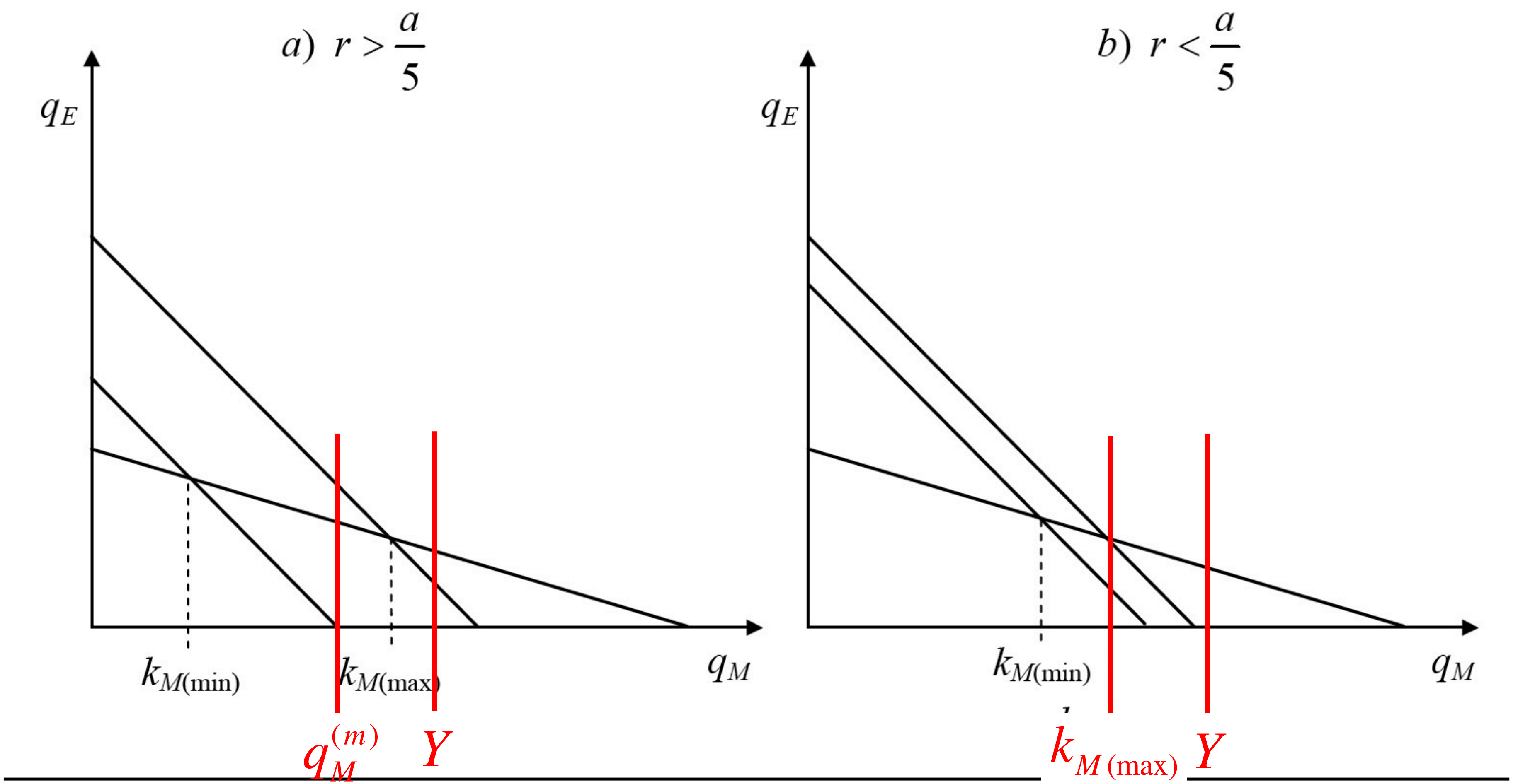


Il modello di Dixit: terzo stadio



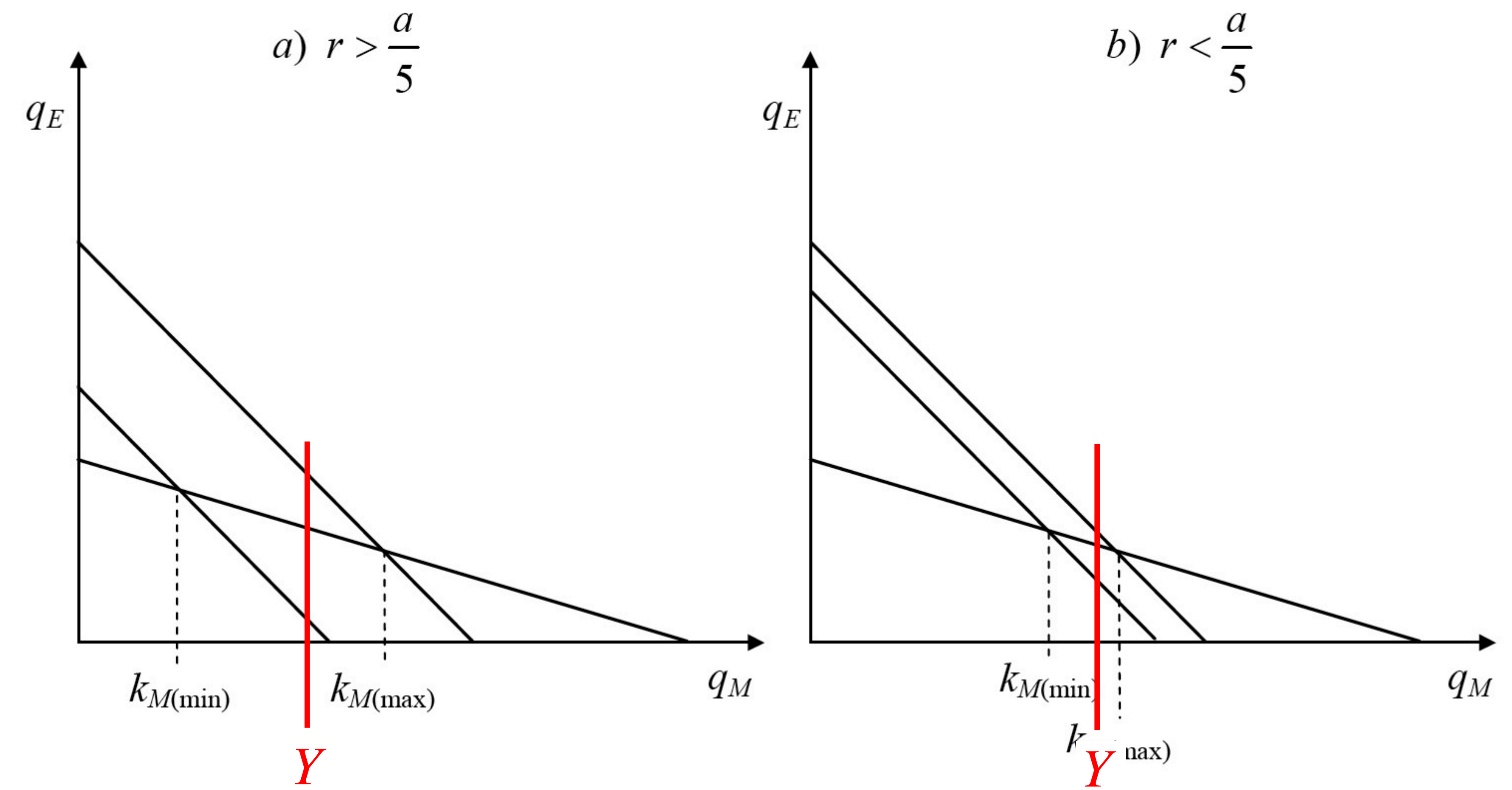
Il modello di Dixit: primo stadio

Figura 9.8. – *Rappresentazione grafica dei due casi*



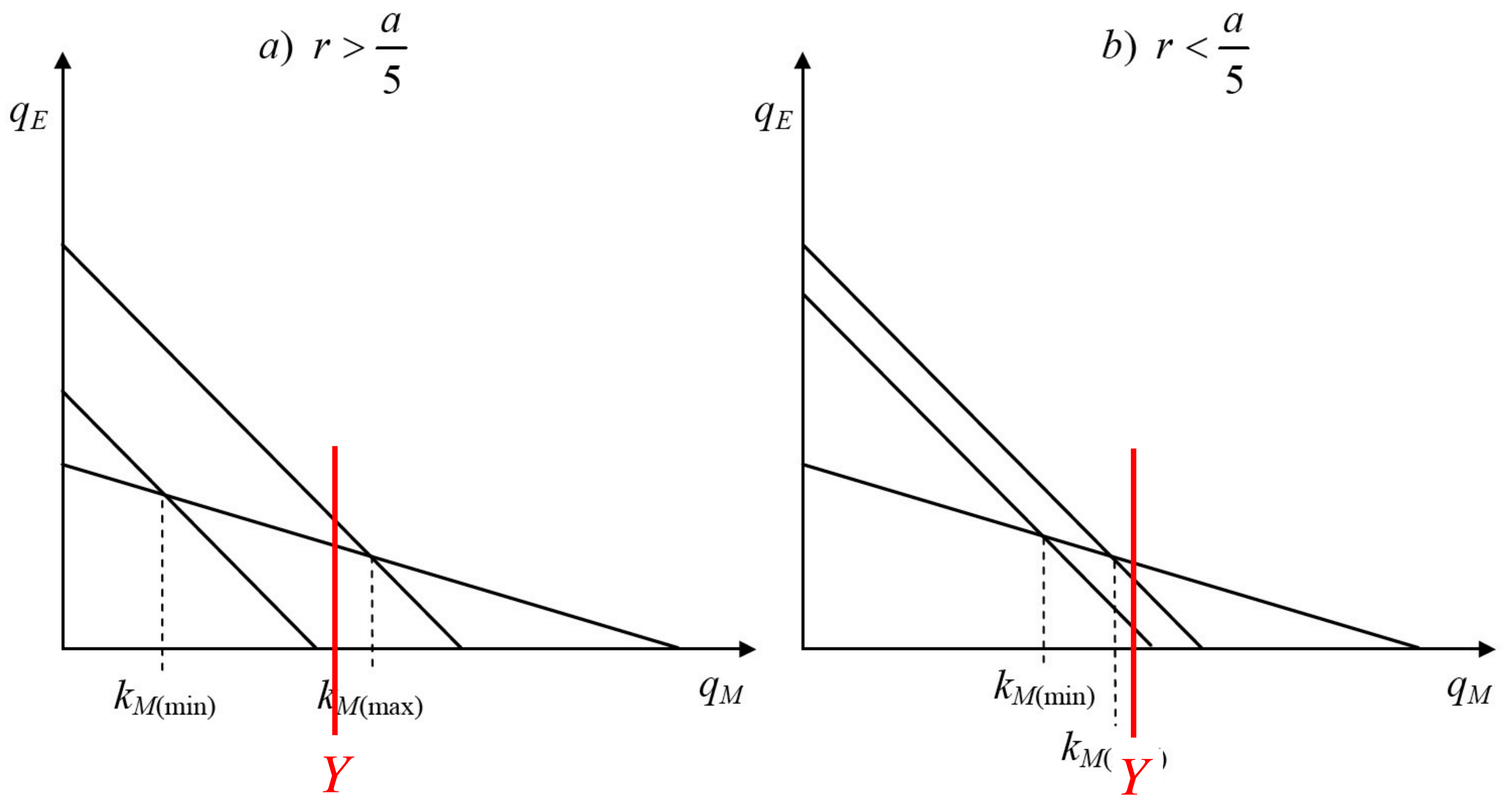
Il modello di Dixit: primo stadio

Figura 9.8. – *Rappresentazione grafica dei due casi*



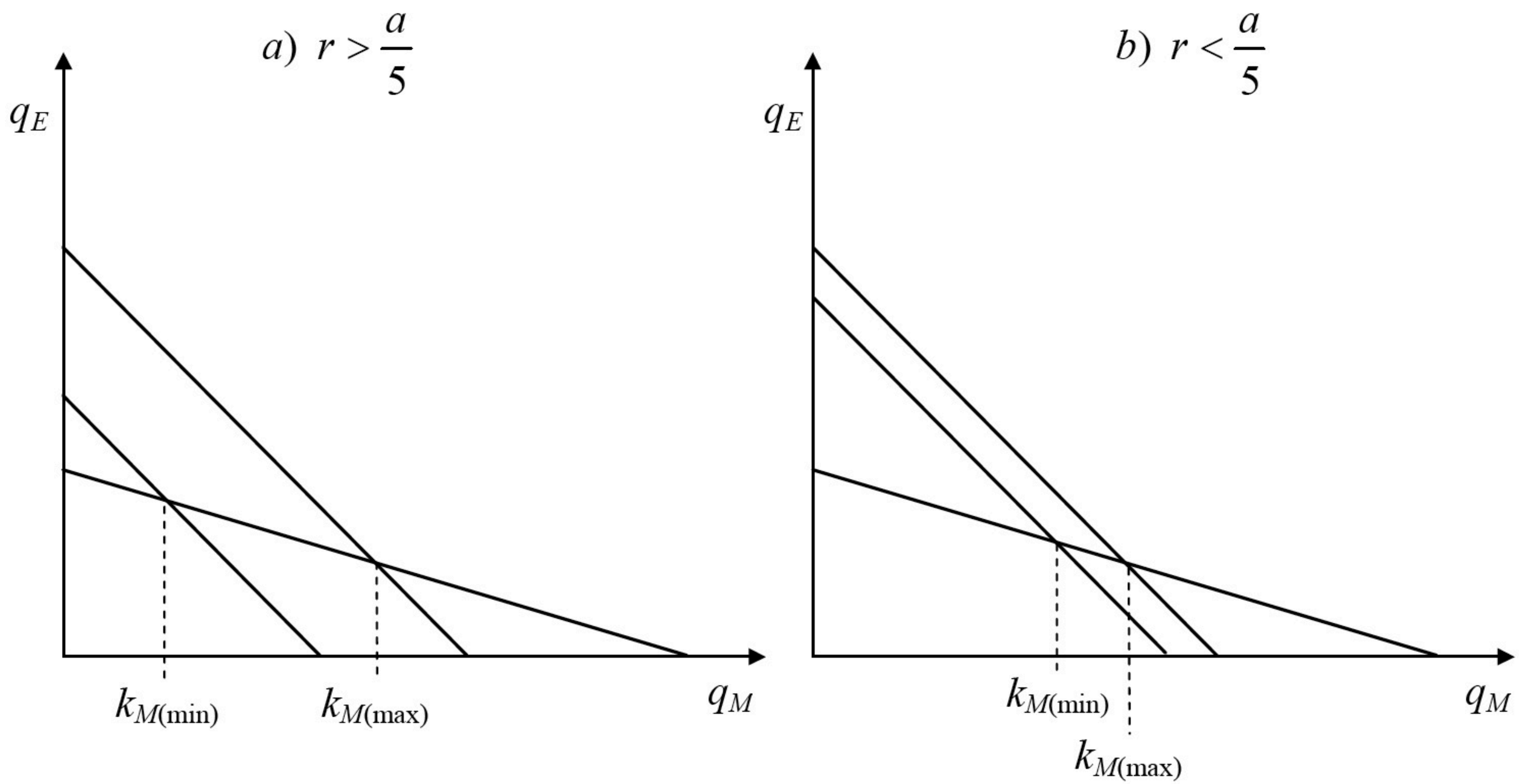
Il modello di Dixit: primo stadio

Figura 9.8. – *Rappresentazione grafica dei due casi*



Il modello di Dixit: primo stadio

Figura 9.8. – *Rappresentazione grafica dei due casi*



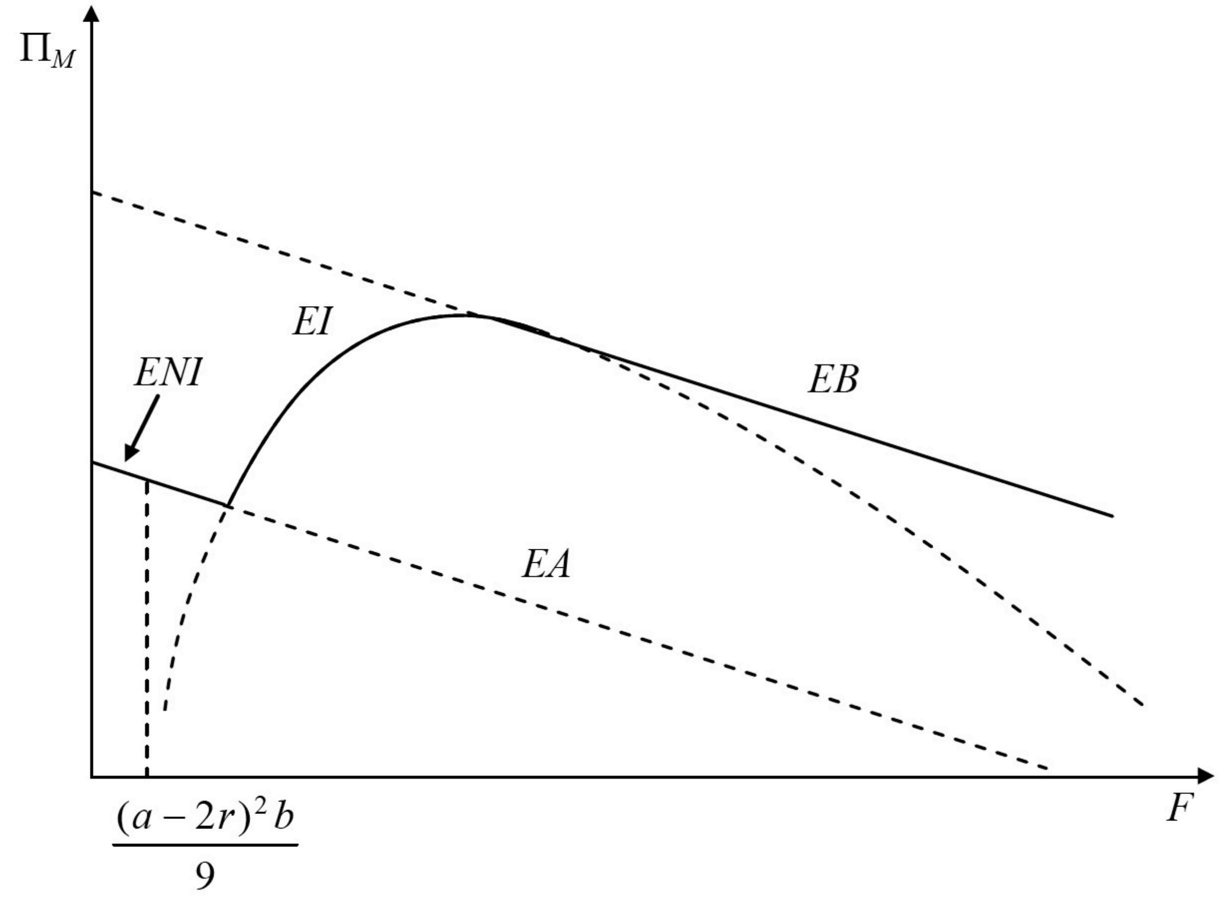
Il modello di Dixit

	Primo stadio	Secondo stadio	Terzo stadio
$\sqrt{bF} < \frac{a-2r}{3}$	$k_M^* = \frac{a-r}{2b}$	1 (ENI)	$q_M^* = \frac{a-r}{2b}$ $q_E^* = \frac{a-r}{4b}$
$\frac{a-2r}{3} \le \sqrt{bF} \le \max\left\{\frac{\left(2-\sqrt{2}\right)}{8}(a-r), \frac{a-2r}{3}\right\}$		1 (EA)	
$\max\left\{\frac{\left(2-\sqrt{2}\right)}{8}(a-r), \frac{a-2r}{3}\right\} \le \sqrt{bF} \le \frac{a-r}{4}$	$k_M^* = Y$	0 (EI)	$q_M^* = Y$
$\sqrt{bF} > \frac{a-r}{4}$	$Y \le k_M^* \le q_M^m$	0 (EB)	$q_M^* = q_M^m$

Tabella 9.1. Tassonomia del caso $r \ge a/5$.

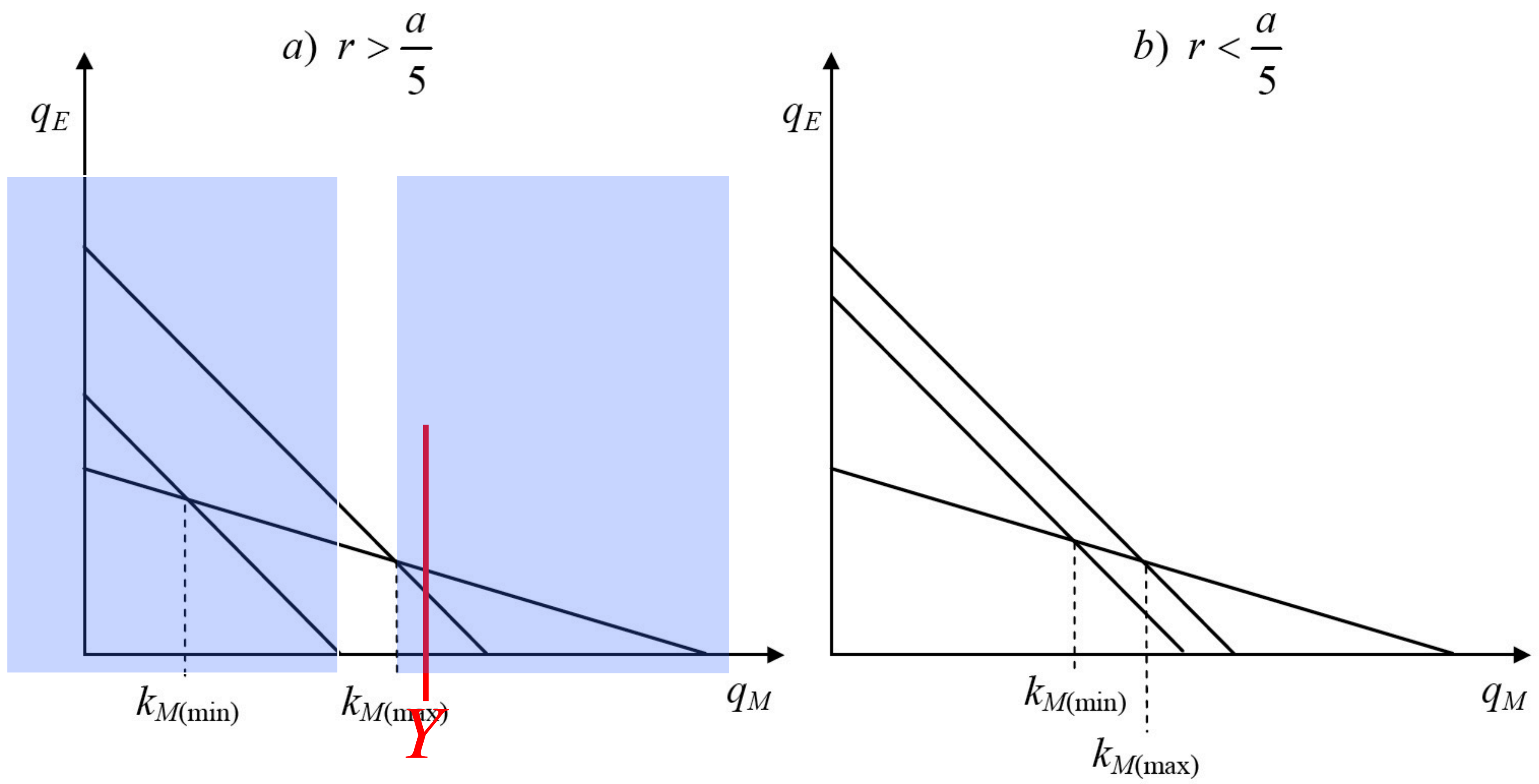
Il modello di Dixit

Figura 9.9. – *I profitti dell'impresa monopolista in funzione del livello dei costi fissi*



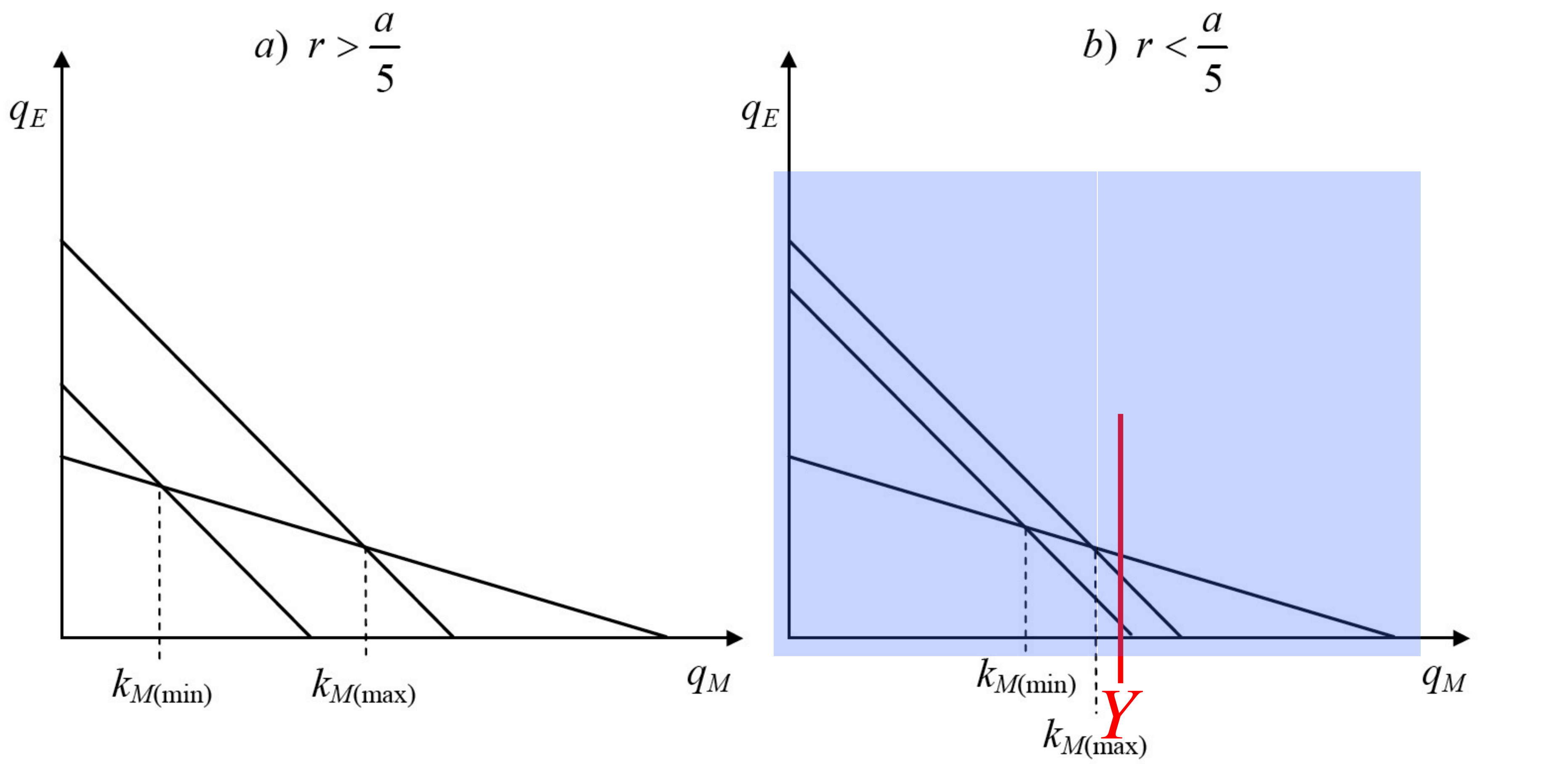
Il modello di Dixit

Figura 9.8. – *Rappresentazione grafica dei due casi*



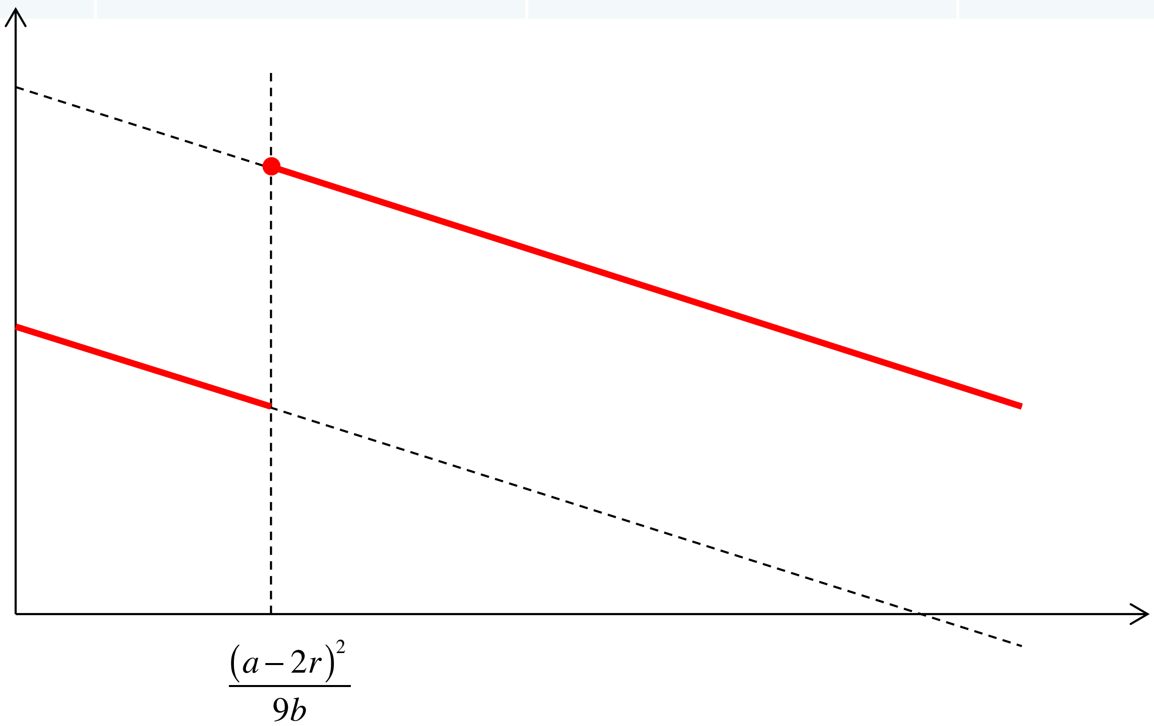
Il modello di Dixit

Figura 9.8. – *Rappresentazione grafica dei due casi*



Il modello di Dixit

	Primo stadio	Secondo stadio	Terzo stadio
$\sqrt{bF} < \frac{a-2r}{3}$	$k_M^* = \frac{a+r}{3b}$	$1\ (ENI)$	$q_M^* = \frac{a+r}{3b},\ q_E^* = \frac{a-2r}{b}$
$\sqrt{bF} \geq \frac{a-2r}{3}$	$Y \leq k_M^* \leq q_M^m$	$0\ (EB)$	$q_M^* = q_M^m$



Economia Industriale

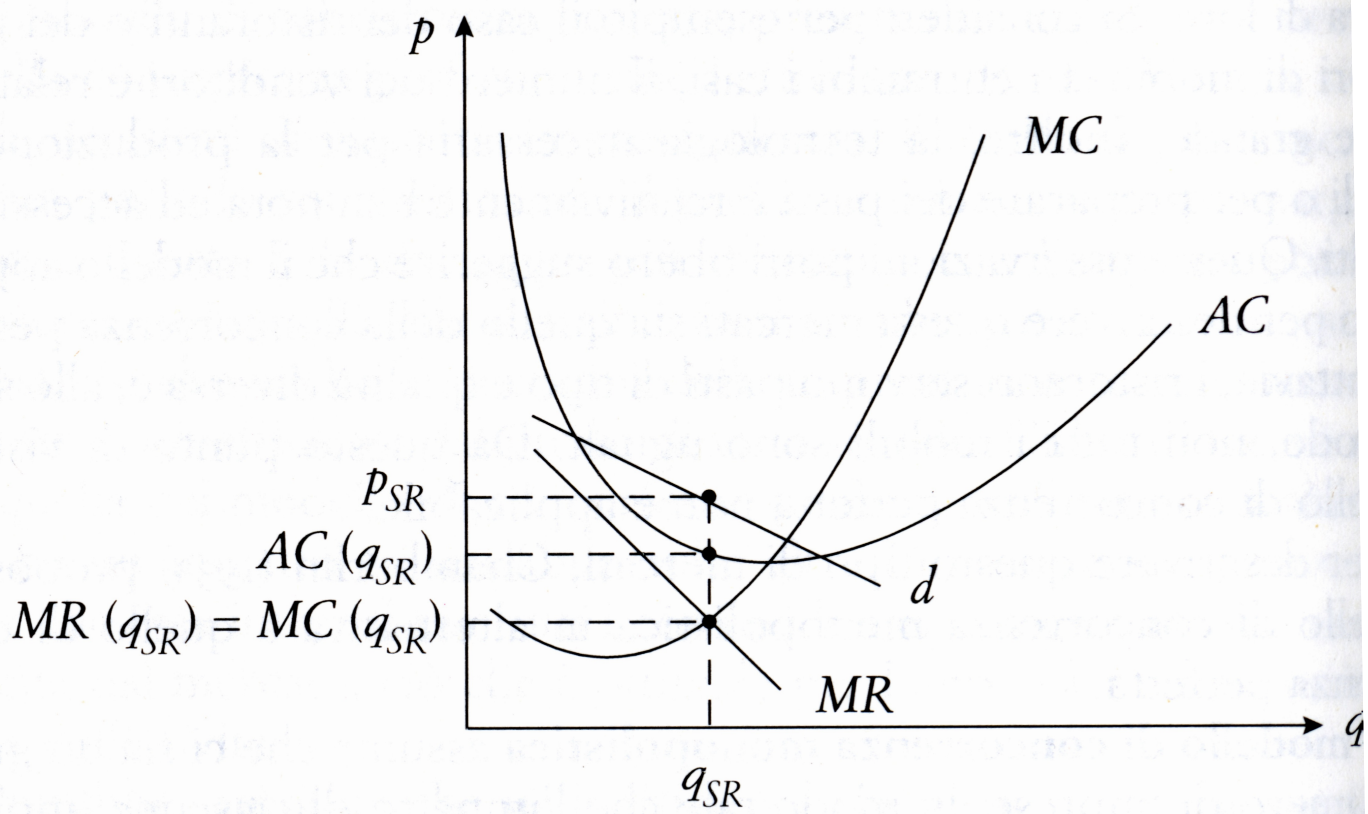
Diapositive per gli esami

Parte III

Concorrenza *im*perfetta

FIGURA 6.2

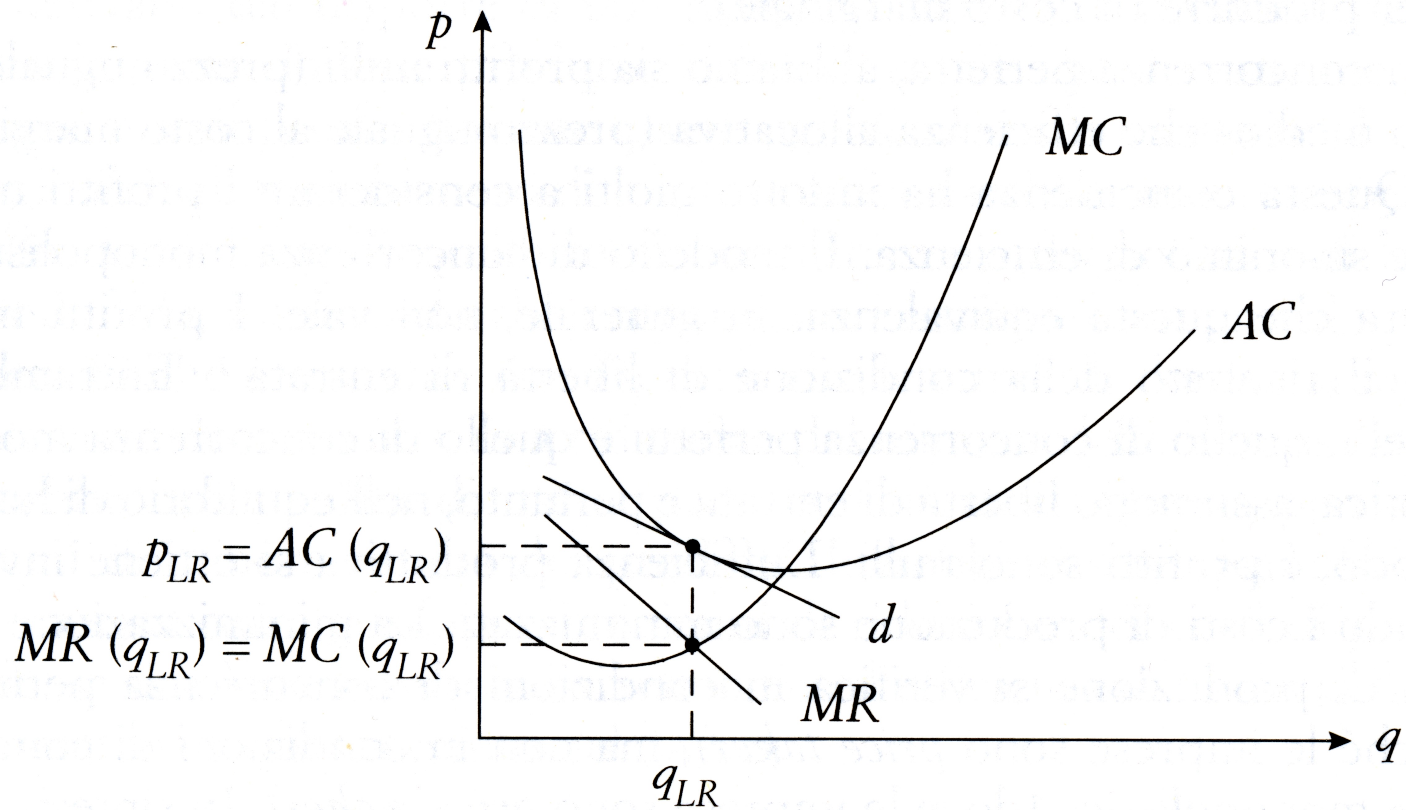
Concorrenza monopolistica: l'equilibrio di breve periodo



Concorrenza *im*perfetta

FIGURA 6.3

Concorrenza monopolistica: l'equilibrio di lungo periodo



Un modello di localizzazione pura: equilibrio di Nash

$$\Pi_1 = \begin{cases} (\bar{p} - c)\dfrac{x_1 + x_2}{2} & \text{se } x_1 < x_2 \\[2ex] (\bar{p} - c)\dfrac{1}{2} & \text{se } x_1 = x_2 \end{cases}$$

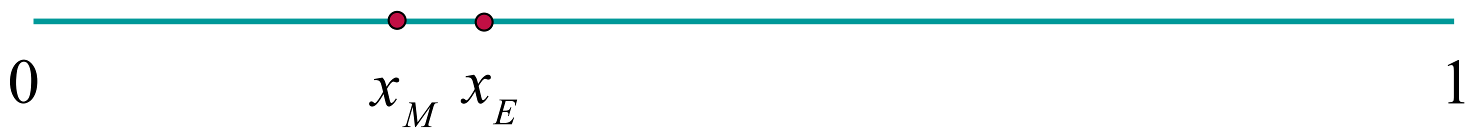
Un modello di localizzazione pura: equilibrio di Nash

$$\Pi_1 = \begin{cases} (\bar{p} - c)\dfrac{x_1 + x_2}{2} & \text{se } x_1 < x_2 \\[2ex] (\bar{p} - c)\dfrac{1}{2} & \text{se } x_1 = x_2 \end{cases}$$

$$\Pi_2 = \begin{cases} (\bar{p} - c)\dfrac{2 - x_1 - x_2}{2} & \text{se } x_1 < x_2 \\[2ex] (\bar{p} - c)\dfrac{1}{2} & \text{se } x_1 = x_2 \end{cases}$$

$$x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$$

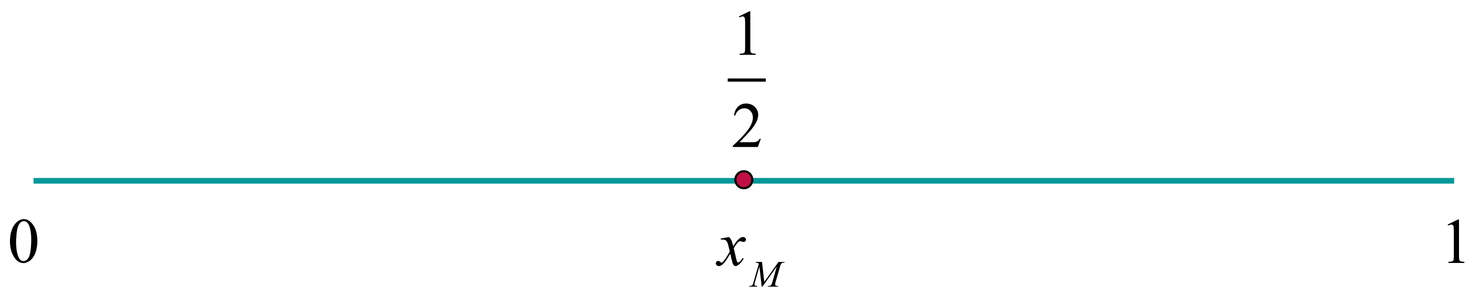
Il monopolista nel segmento di Hotelling



$$\Pi_E = \left[1 - \frac{x_E + x_M}{2}\right]\left(\bar{p} - c\right)$$

$$\Pi_E = \frac{x_E + x_M}{2}\left(\bar{p} - c\right)$$

Il monopolista nel segmento di Hotelling



Il monopolista pluriprodotto nel segmento di Hotelling

$$\Pi_E = \frac{x_E + x_1}{2}\left(\overline{p} - c\right)$$

$$\Pi_E = \frac{x_1 + x_2}{4}\left(\overline{p} - c\right)$$

$$\Pi_E = \frac{x_2 - x_1}{2}\left(\overline{p} - c\right)$$

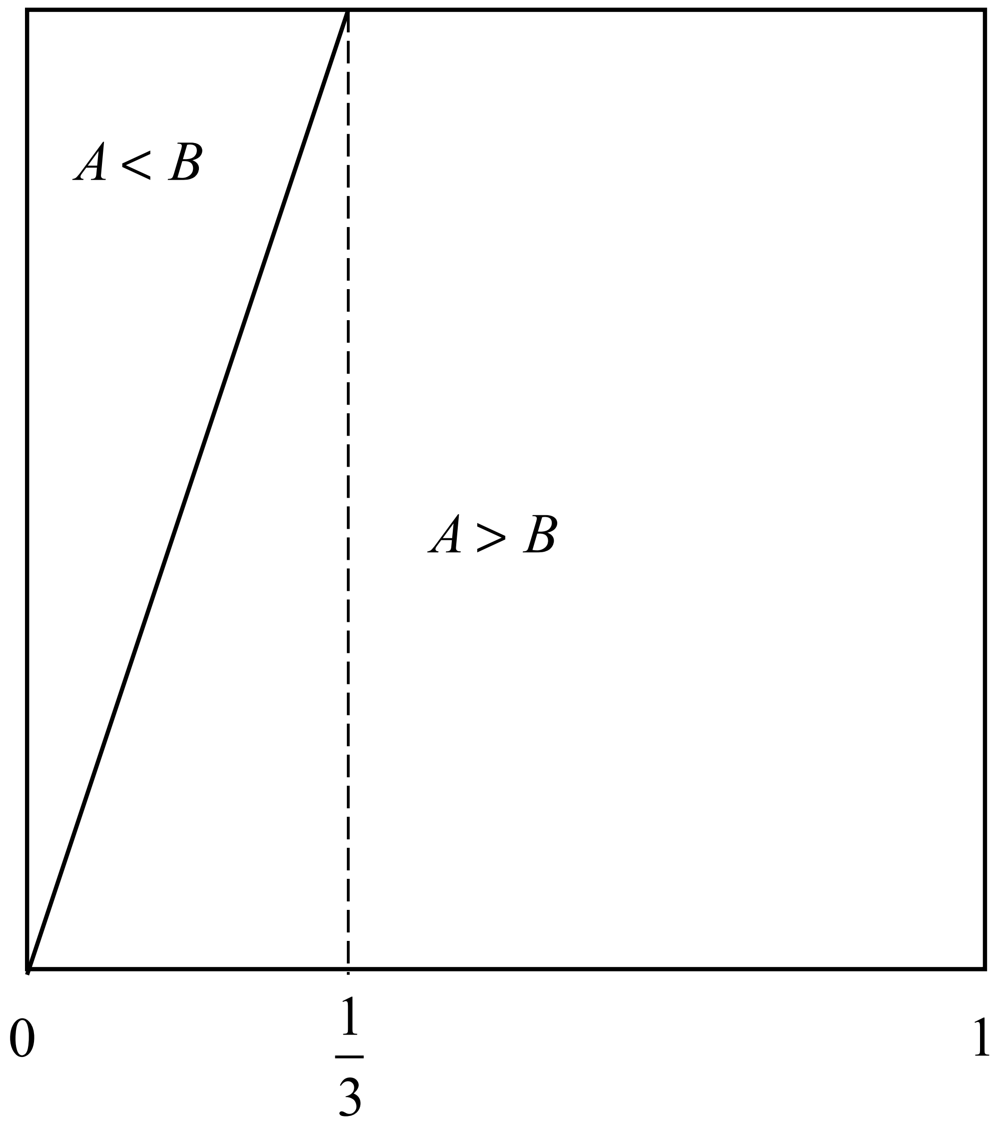
$$\Pi_E = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{x_1 + x_2}{2}\right]\left(\overline{p} - c\right)$$

$$\Pi_E = \left[1 - \frac{x_2 + x_E}{2}\right]\left(\overline{p} - c\right)$$

$$A \geq B \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{4} \geq \frac{x_2 - x_1}{2} \Leftrightarrow x_2 \leq 3x_1$$

$$A = \frac{x_1 + x_2}{4}$$

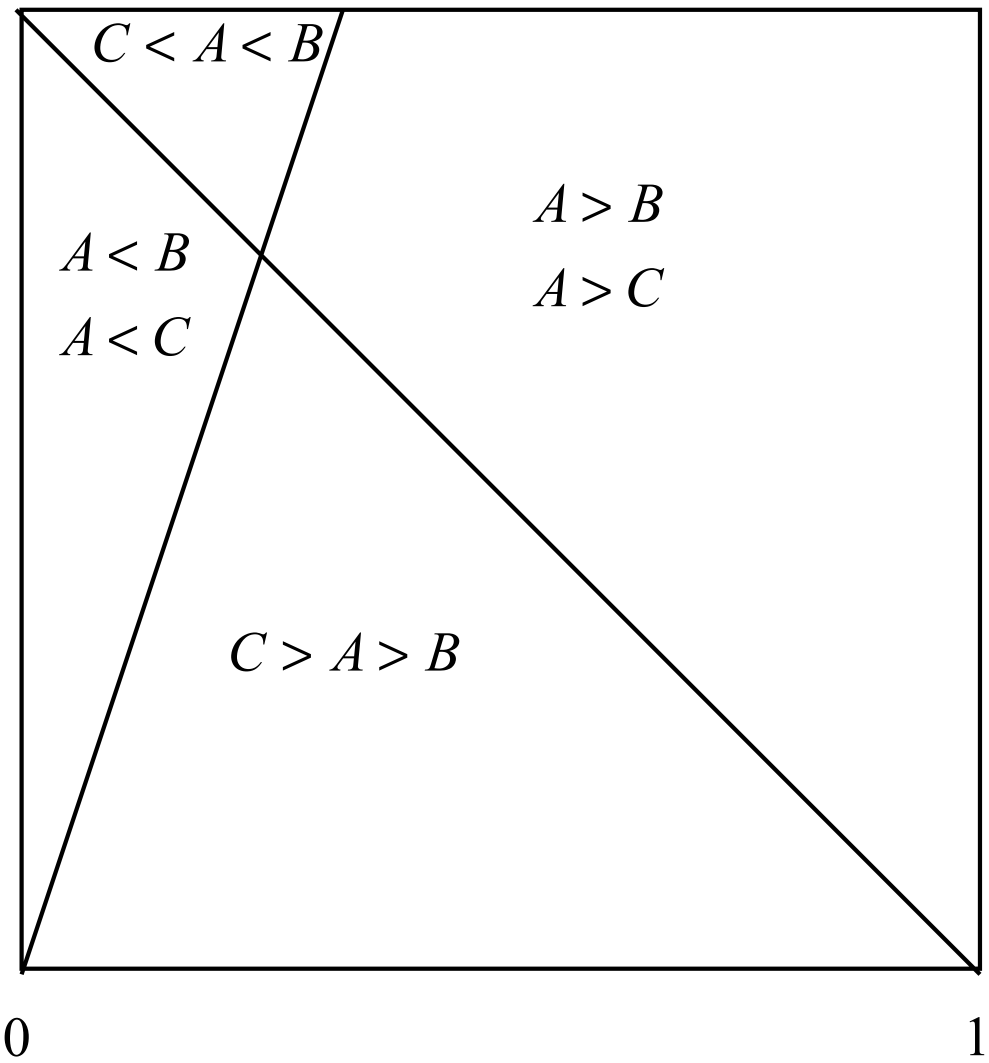
$$B = \frac{x_2 - x_1}{2}$$



$$A \geq C \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{4} \geq \frac{1}{2}\left[1 - \frac{x_1 + x_2}{2}\right] \Leftrightarrow x_2 \geq 1 - x_1$$

$$A = \frac{x_1 + x_2}{4}$$

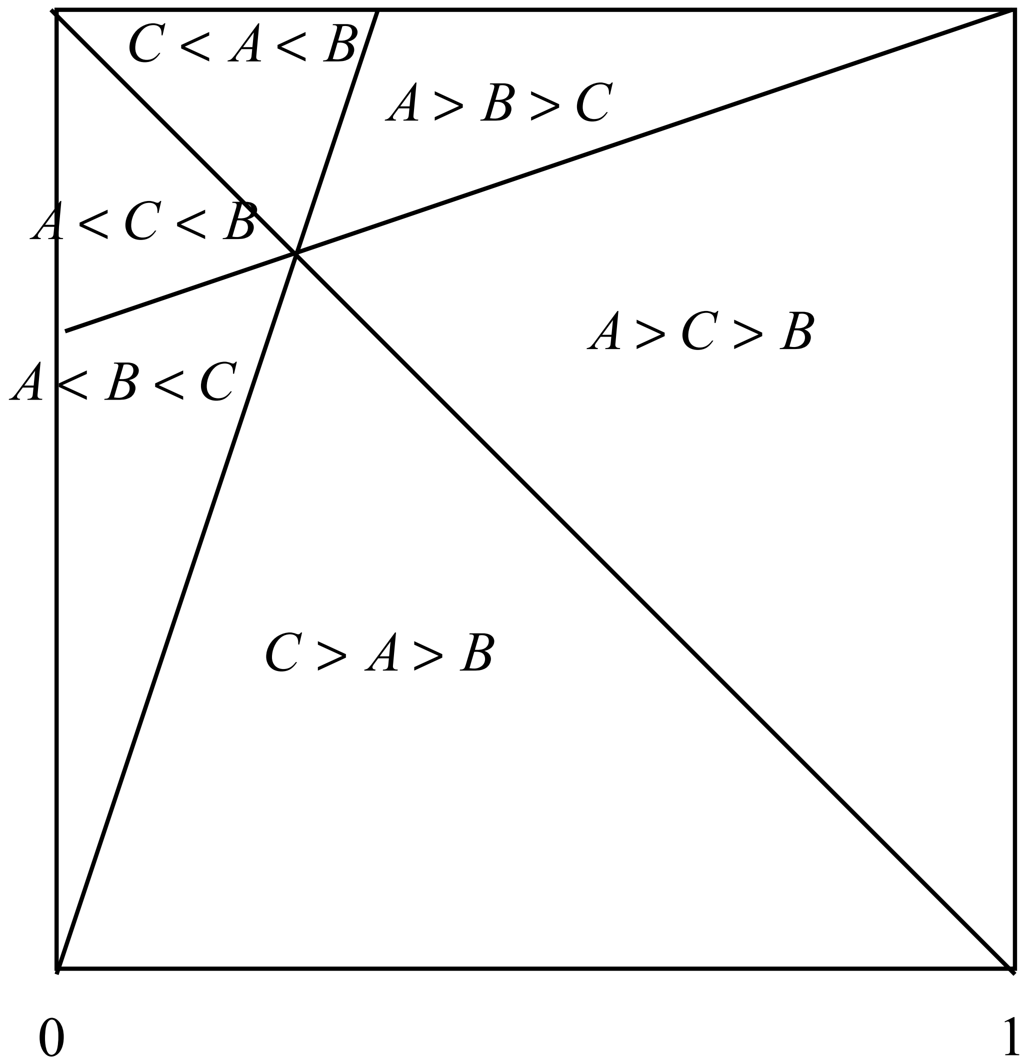
$$C = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{x_1 + x_2}{2}\right]$$

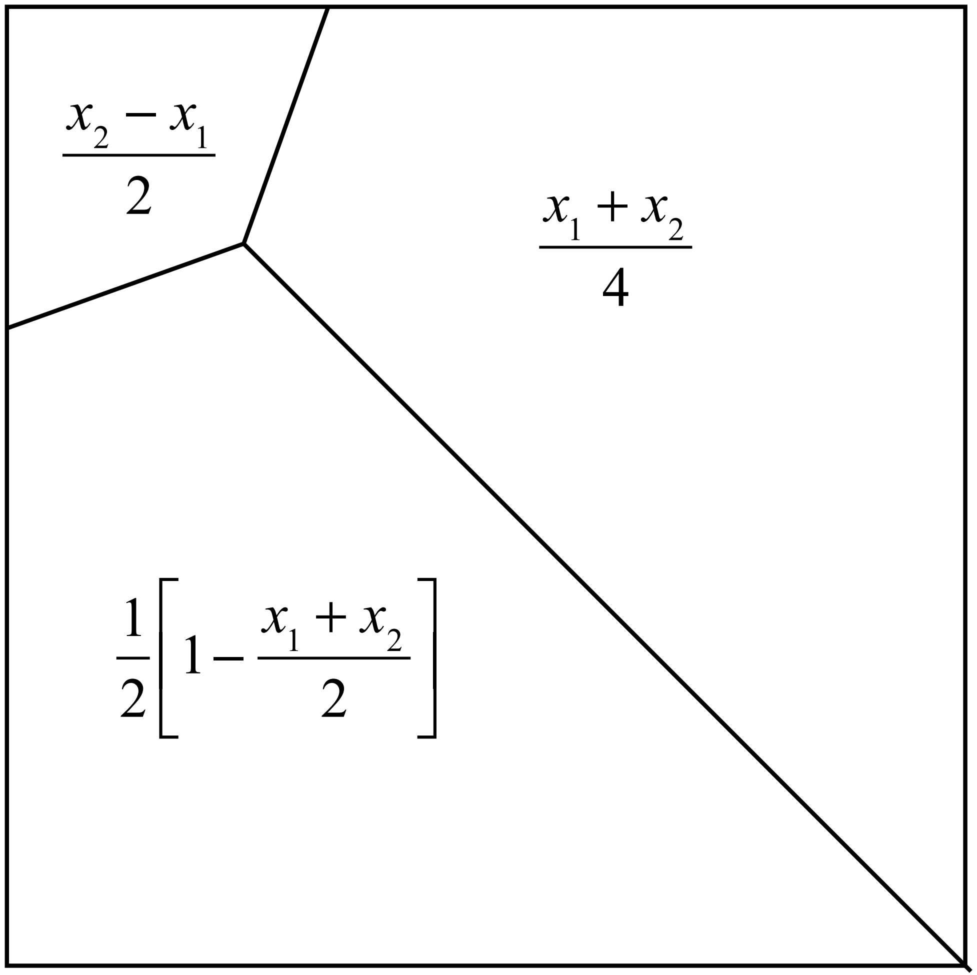


$$B \geq C \Leftrightarrow \frac{x_2 - x_1}{2} \geq \frac{1}{2}\left[1 - \frac{x_1 + x_2}{2}\right] \Leftrightarrow x_2 \geq \frac{2 + x_1}{3}$$

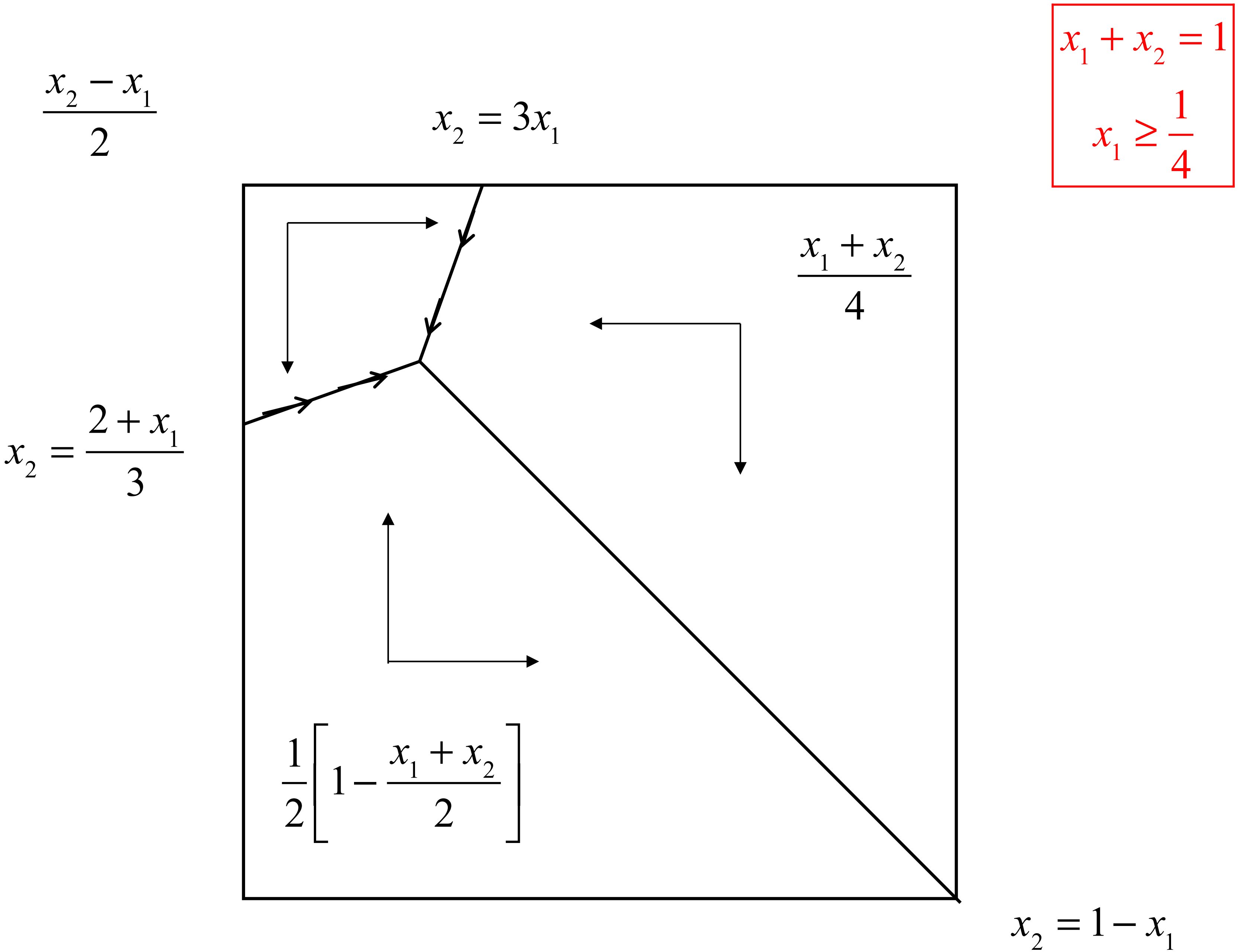
$$B = \frac{x_2 - x_1}{2}$$

$$C = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{x_1 + x_2}{2}\right]$$

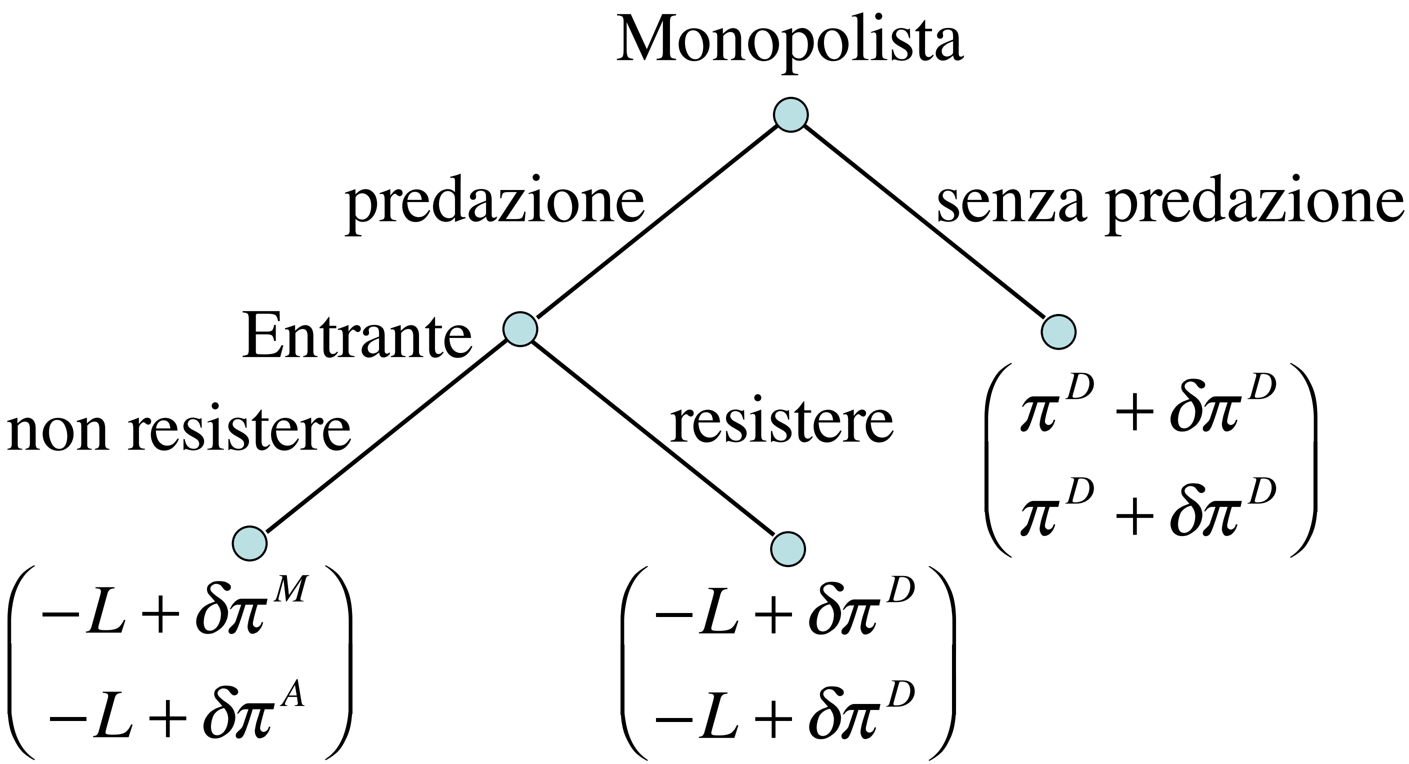




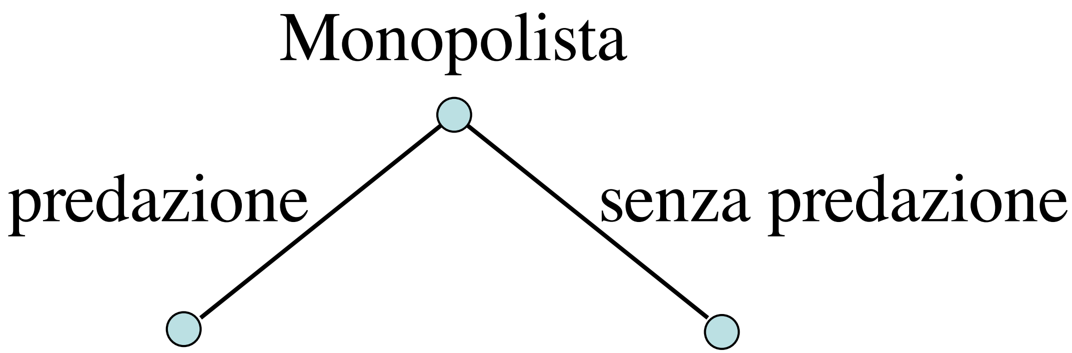
$\frac{x_2 - x_1}{2}$
$\frac{x_1 + x_2}{4}$
$\frac{1}{2}\left[1 - \frac{x_1 + x_2}{2}\right]$


$\frac{x_2 - x_1}{2}$
$x_2 = 3x_1$
$x_1 + x_2 = 1$
$x_1 \geq \frac{1}{4}$
$\frac{x_1 + x_2}{4}$
$x_2 = \frac{2 + x_1}{3}$
$\frac{1}{2}\left[1 - \frac{x_1 + x_2}{2}\right]$
$x_2 = 1 - x_1$

La scuola di Chicago



Asimmetria finanziaria



$$\begin{pmatrix} -L+\delta\left[\rho\pi^{M}+(1-\rho)\pi^{D}\right] \\ -L+\delta(1-\rho)\pi^{D} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \pi^{D}+\delta\pi^{D} \\ \pi^{D}+\delta\pi^{D} \end{pmatrix}$$

Pubblicità come segnale

- I consumatori credono che senza pubblicità il bene è di qualità B: $\pi = \frac{1}{2}(p - c)$
- I consumatori credono che con una spesa in pubblicità *S* ≥ *S'* il bene è di qualità A: $\pi = (p - c)$

$$\Pi_B^S = p - c - S + \frac{1}{2}(p - c)\delta$$

$$\Pi_B^{NS} = \frac{1}{2}(p - c) + \frac{1}{2}(p - c)\delta$$

$$\Pi_B^S \geq \Pi_B^{NS} \Leftrightarrow S \leq \frac{p - c}{2}$$

Pubblicità come segnale

- I consumatori credono che senza pubblicità il bene è di qualità B: $\pi = \frac{1}{2}(p-c)$
- I consumatori credono che con una spesa in pubblicità *S* ≥ *S'* il bene è di qualità A: $\pi = (p-c)$

$$\Pi_A^S = p - c - S + (p-c)\delta$$

$$\Pi_A^{NS} = \frac{1}{2}(p-c) + \frac{1}{2}(p-c)\delta$$

$$\Pi_A^S \geq \Pi_A^{NS} \Leftrightarrow$$

$$S \leq \frac{(p-c)(1+\delta)}{2}$$

Intensità della pubblicità

$$\pi = (p-c)D(p,a) - a - f$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial a} = (p-c)\frac{\partial D(p,a)}{\partial a} - 1$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial a} = 0 \Leftrightarrow 1 = (p-c)\frac{\partial D(p,a)}{\partial a}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = D(p,a) + (p-c)\frac{\partial D(p,a)}{\partial p}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = 0 \Leftrightarrow c = p\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right]$$

$$\varepsilon = \frac{\partial D(p,a)}{\partial p}\frac{p}{D(p,a)}$$

$$p - c = \frac{p}{|\varepsilon|}$$

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{|\varepsilon|}\frac{\partial D(p,a)}{\partial a}$$

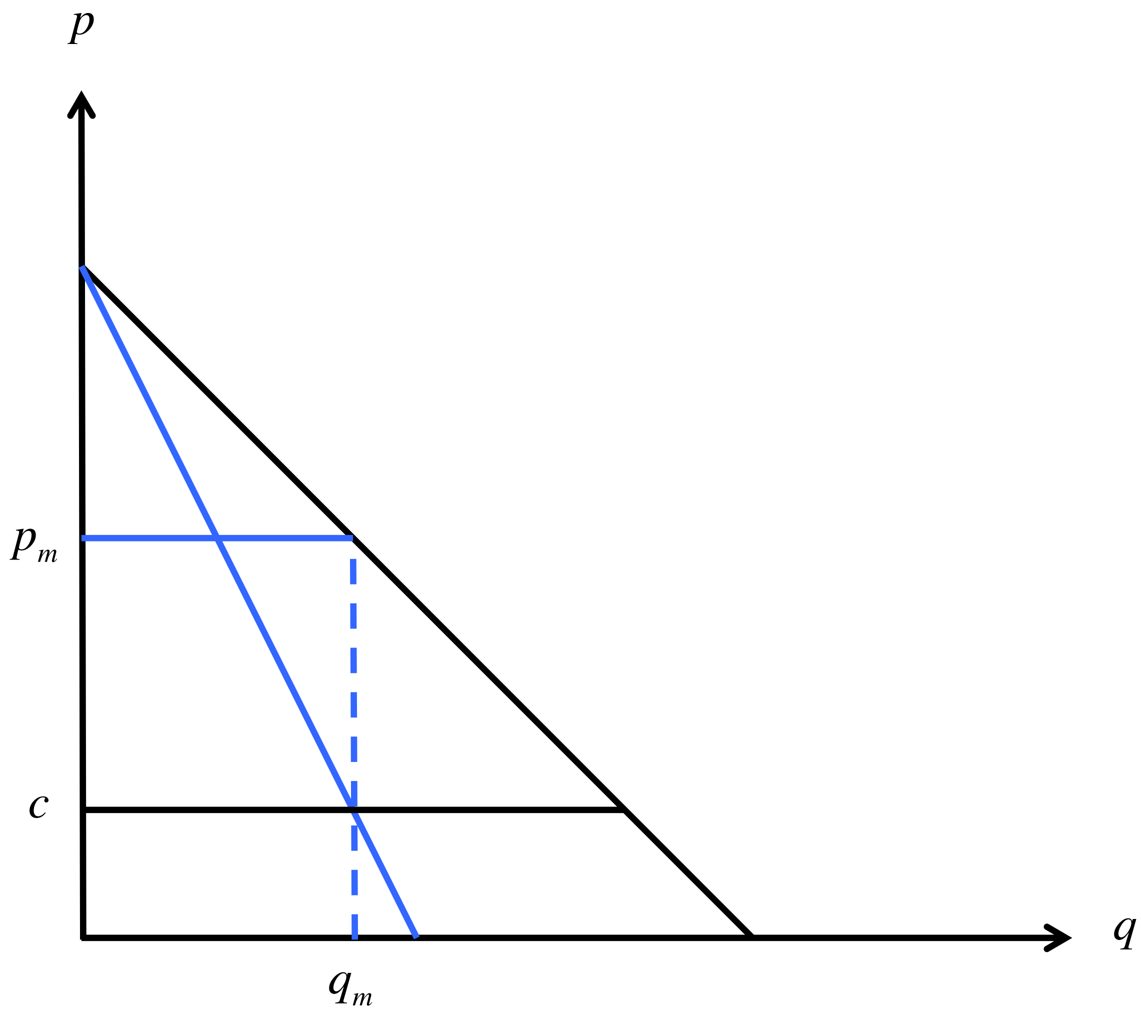
$$\eta = \frac{\partial D(p,a)}{\partial a}\frac{a}{D(p,a)}$$

$$\frac{1}{p} = \frac{\eta}{|\varepsilon|}\frac{D(p,a)}{a}$$

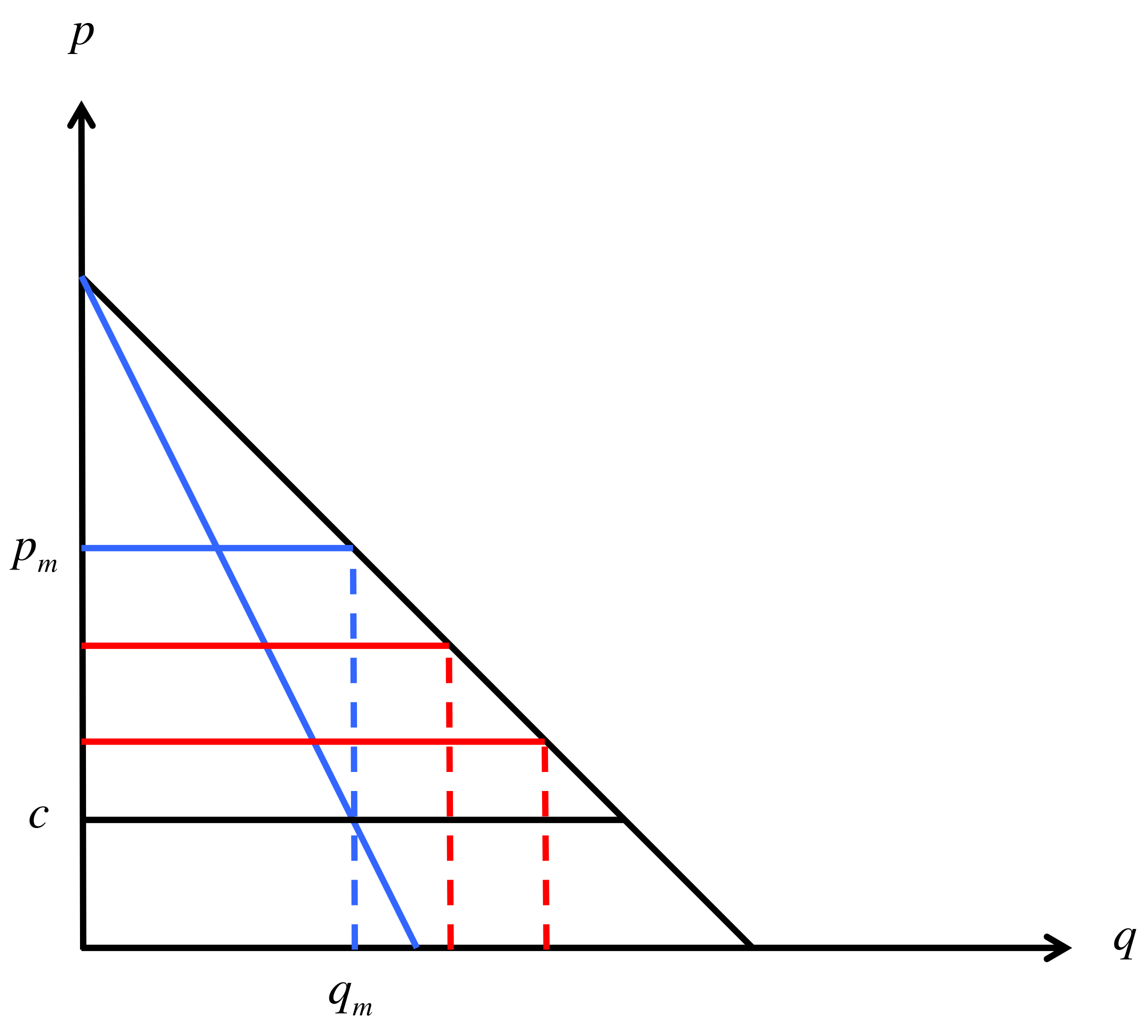
$$\frac{a}{R} = \frac{a}{D(p,a)p} = \frac{\eta}{|\varepsilon|}$$

Formula di Solow e Steiner

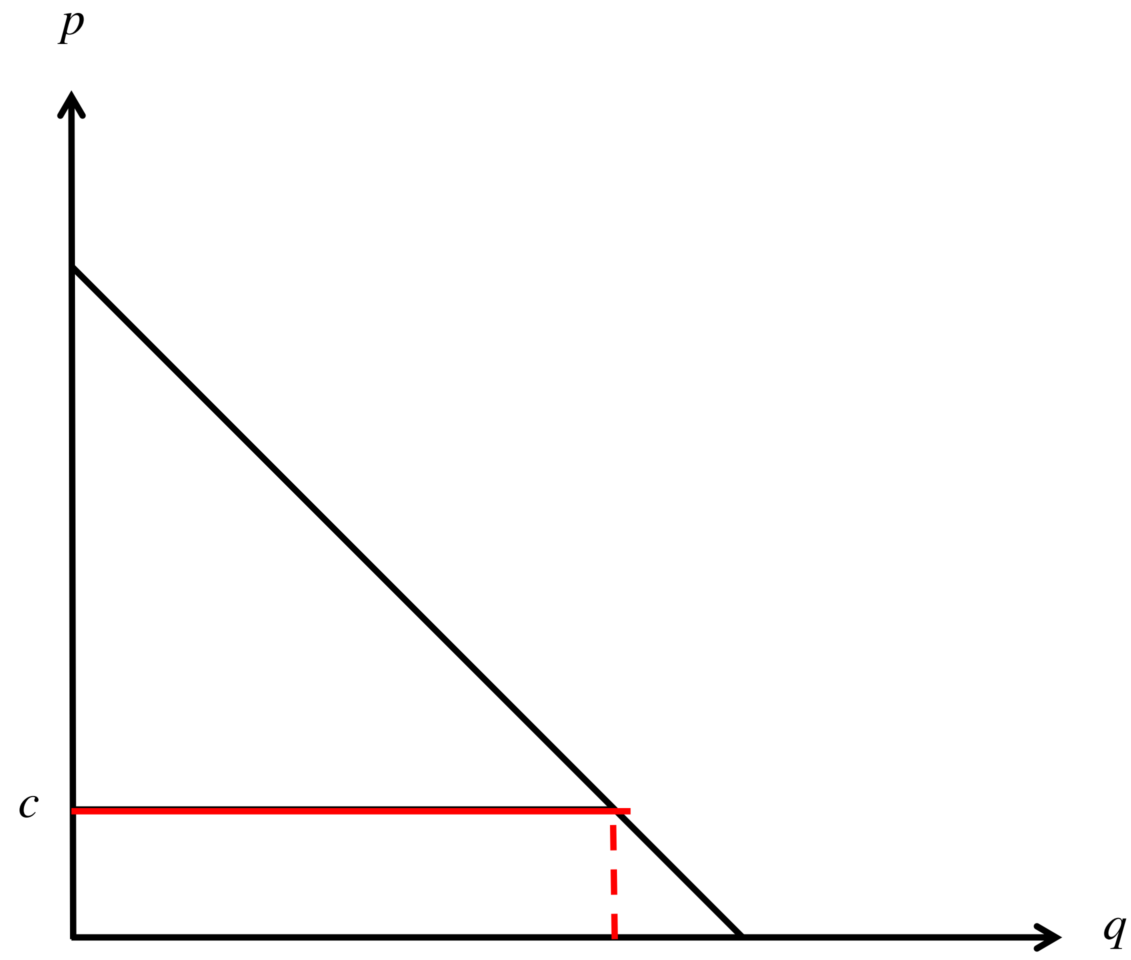
Tariffe in due parti



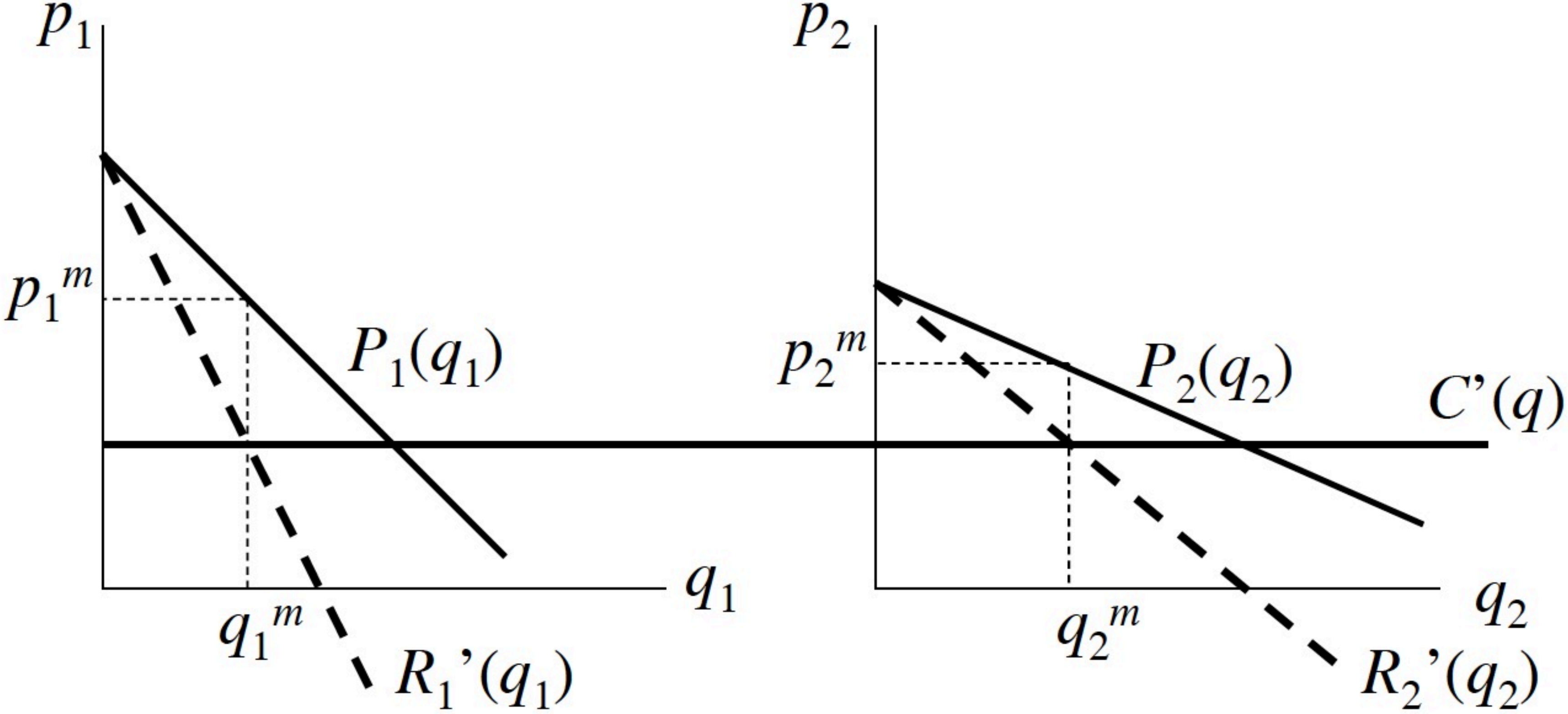
Tariffe in due parti



Tariffe in due parti

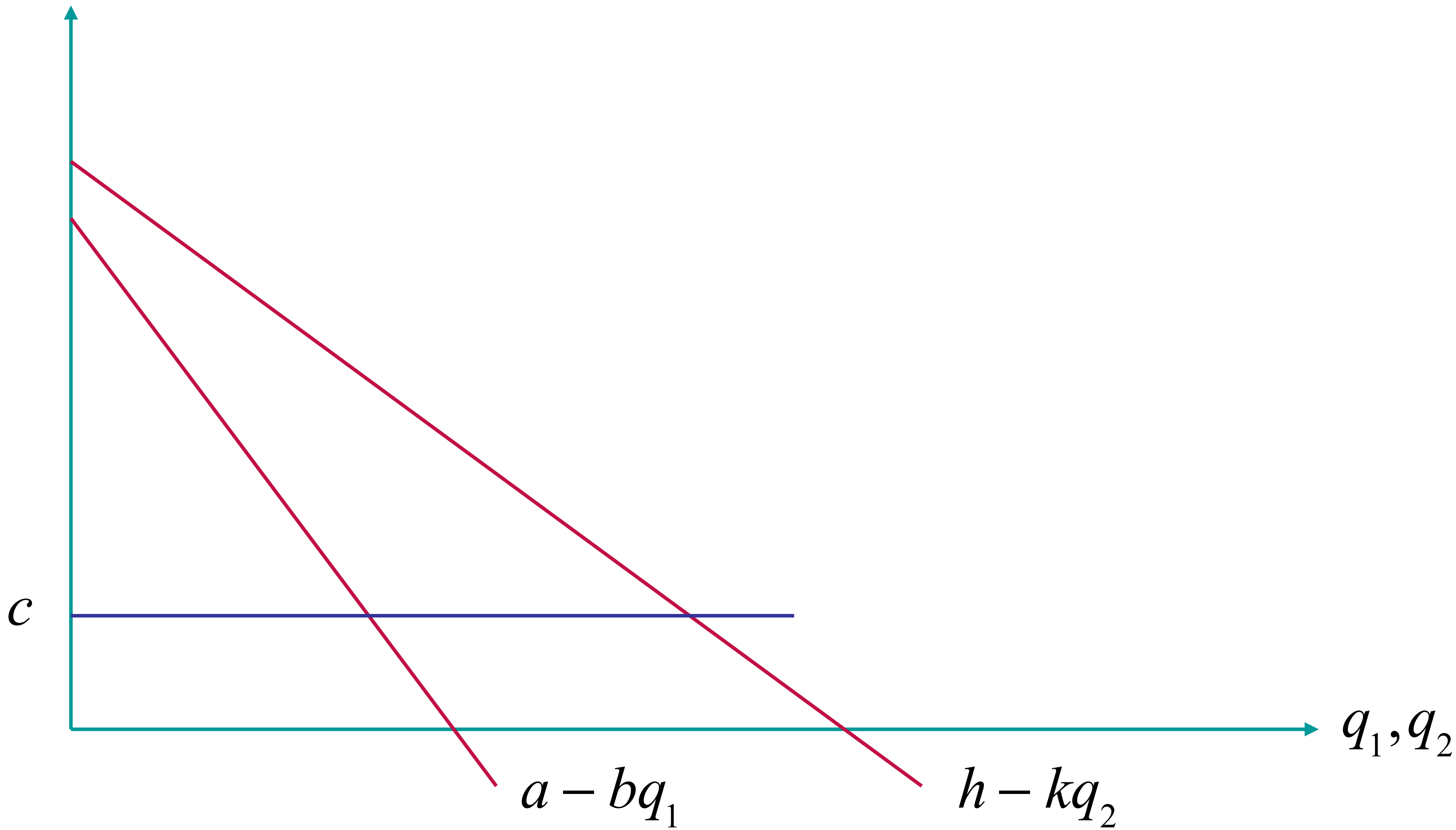


Mercati segmentati: massimizzazione del profitto

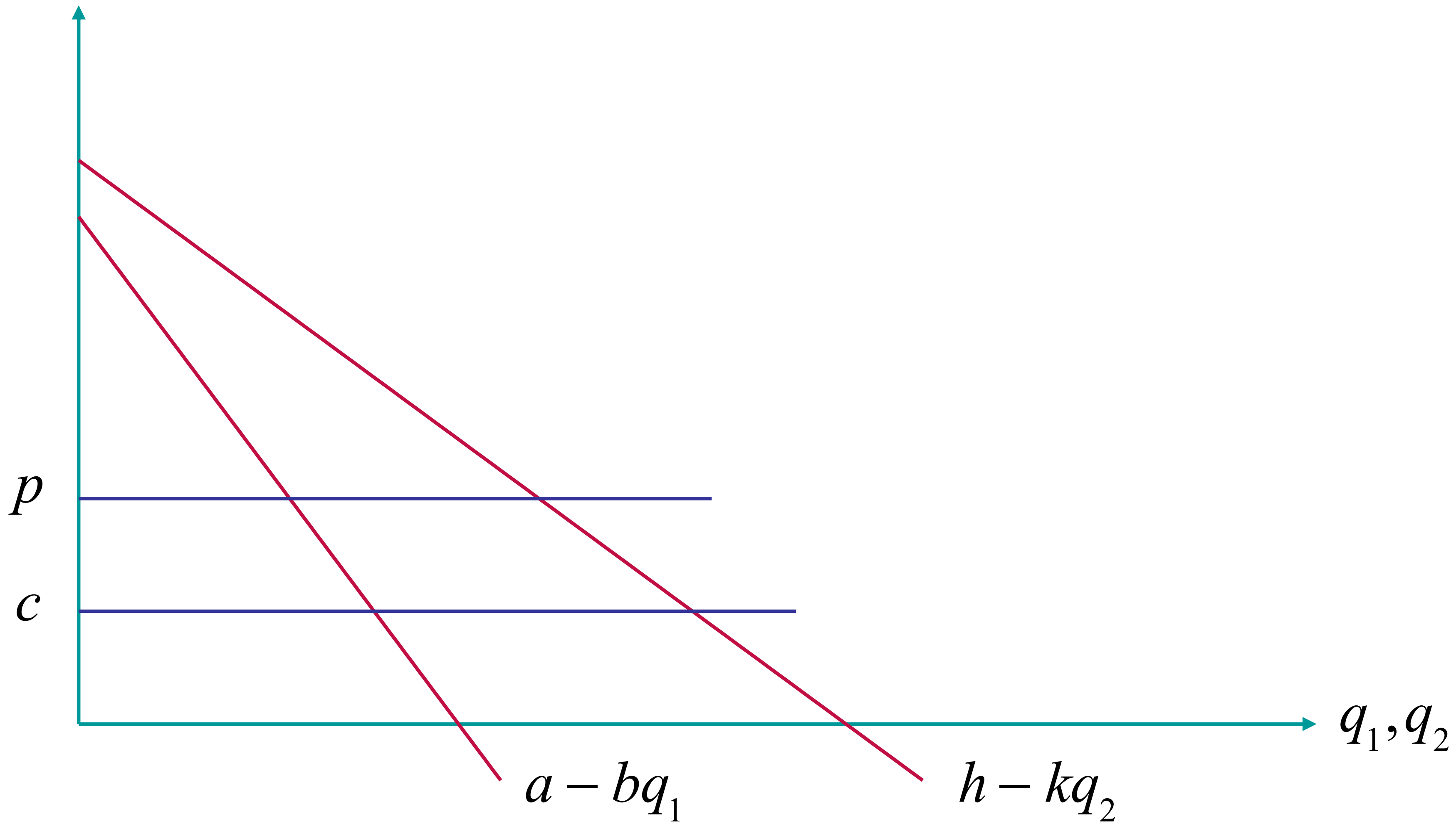


$$q = q_1 + q_2$$

Mercati segmentati e tariffa in due parti



Secondo grado e tariffa in due parti



Secondo grado e tariffa in due parti

$$\Pi = m\frac{a-p}{b}\frac{a+p-2c}{2} + nf_2$$

$$f_2 \leq \frac{\left(h-c\right)^2}{2k}, \qquad f_2 \geq \frac{\left(a-c\right)^2}{2b}$$

$$f_2 \leq \frac{\left(a-p\right)^2}{2b} + \frac{\left(h-c\right)^2}{2k} - \frac{\left(h-p\right)^2}{2k}$$

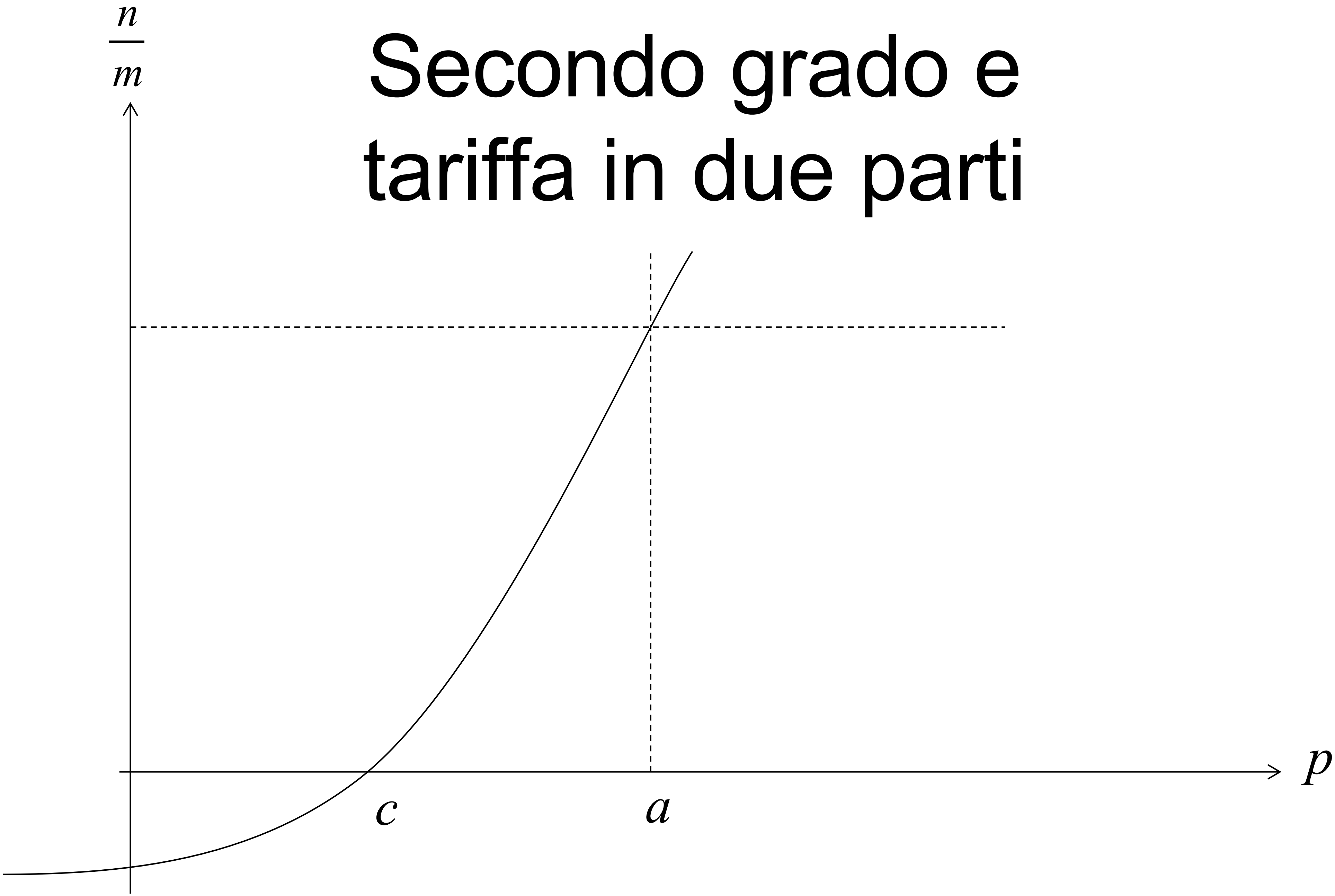
Secondo grado e tariffa in due parti

$$\frac{\partial \Pi}{\partial p} = -m\frac{p-c}{b} + n\frac{bh-ak+\left(k-b\right)p}{bk}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial p} = 0 \Leftrightarrow \frac{n}{m}\frac{bh-ak+\left(k-b\right)p}{bk} = \frac{p-c}{b}$$

$$\frac{n}{m} = \frac{\left(p-c\right)k}{bh-ak+\left(k-b\right)p} = \frac{\dfrac{p-c}{b}}{\dfrac{h-p}{k} - \dfrac{a-p}{b}}$$

Secondo grado e tariffa in due parti



Secondo grado e tariffa in due parti

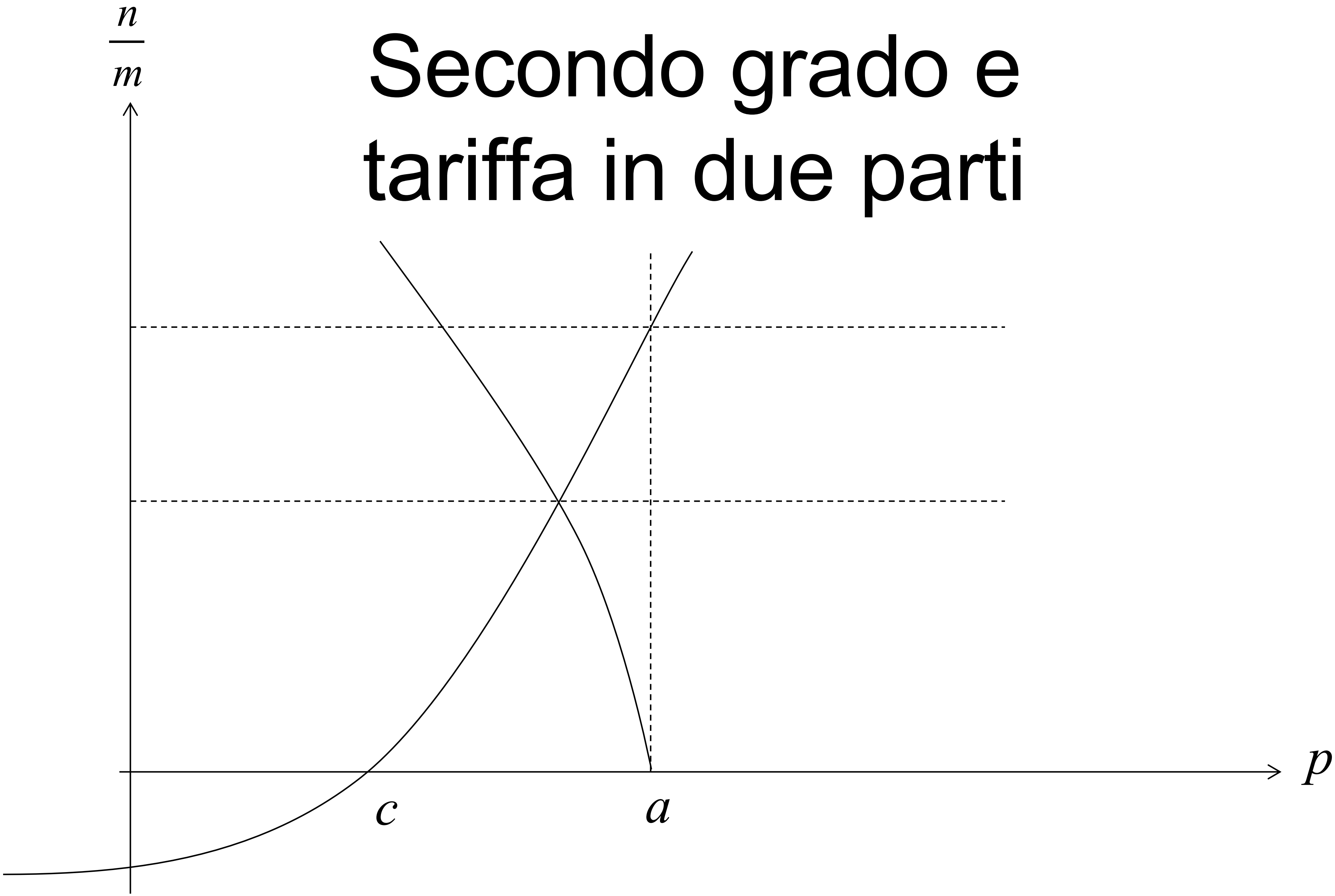
$$\Pi = m\frac{a-p}{b}\frac{a+p-2c}{2} + n\left[\frac{\left(a-p\right)^2}{2b} + \frac{\left(h-c\right)^2}{2k} - \frac{\left(h-p\right)^2}{2k}\right]$$

$$n\frac{\left(h-c\right)^2}{2k} \geq$$

$$m\frac{a-p}{b}\frac{a+p-2c}{2} + n\left[\frac{\left(a-p\right)^2}{2b} + \frac{\left(h-c\right)^2}{2k} - \frac{\left(h-p\right)^2}{2k}\right]$$

$$\frac{n}{m} \geq \frac{\dfrac{a-p}{b}\dfrac{a+p-2c}{2}}{\dfrac{\left(h-p\right)^2}{2k} - \dfrac{\left(a-p\right)^2}{2b}}$$

Secondo grado e tariffa in due parti



Vendite collegate

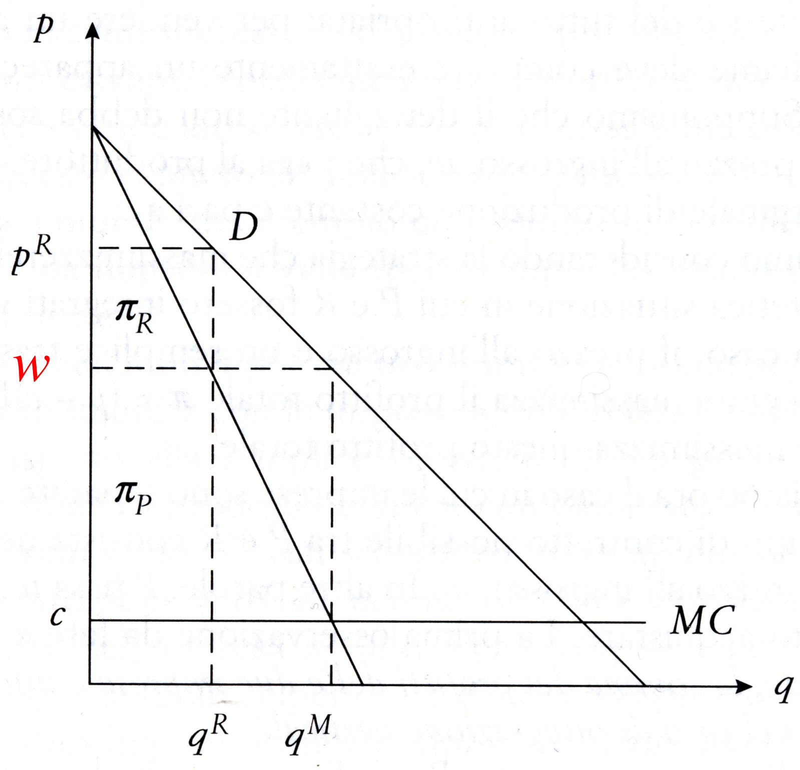
- Si consideri la seguente disponibilità a pagare per due prodotti elettronici (Tab. 10.1 a p. 226 del Cabral):

Tipi di consumatore	n. di utenti	Video-scrittura	Foglio elettronico
Scrittore	40	50	0
Contabile	40	0	50
Generalista	20	30	30

Doppia marginalizzazione

FIGURA II.I

La doppia marginalizzazione



Doppia marginalizzazione

$$p = a - bq$$

$$MR = a - 2bq$$

$$w = a - 2bq$$

$$q^R = \frac{a-w}{2b}$$

$$p^R = a - b\frac{a-w}{2b} = \frac{a+w}{2}$$

$$\pi_R = q^R\left(p^R - w\right) = \frac{(a-w)^2}{4b}$$

$$\pi_P = q^R(w-c) = \frac{(a-w)(w-c)}{2b}$$

$$\frac{\partial \pi_P}{\partial w} = \frac{a-2w+c}{2b}$$

$$\frac{\partial \pi_P}{\partial w} = 0 \Leftrightarrow w = \frac{a+c}{2}$$

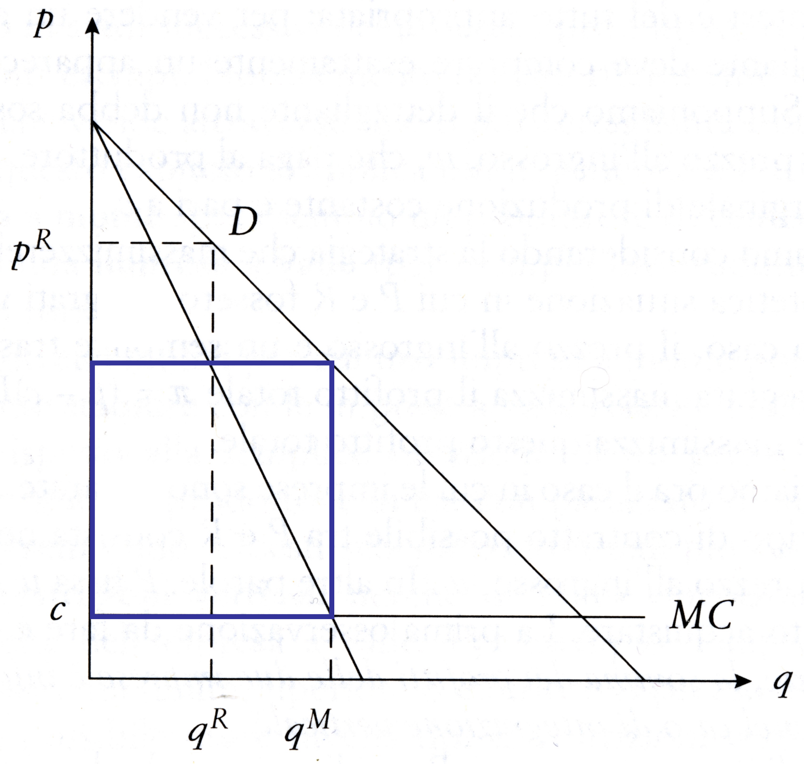
$$q^R = \frac{a-c}{4b}, \quad p^R = \frac{3a+c}{4}$$

$$\pi_R = \frac{(a-c)^2}{16b}$$

$$\pi_P = \frac{(a-c)^2}{8b}$$

Franchising

FIGURA 11.1
La doppia marginalizzazione



Relazioni verticali: Competizione tra rivenditori

$$p = w = p_M$$

- Concorrenza alla Bertrand. $\left.\begin{array}{c}\text{Commissione}\\ \text{di ingresso}\end{array}\right\} = 0$

- Concorrenza alla Cournot.

$$\left.\begin{array}{c}\text{Commissione}\\ \text{di ingresso}\end{array}\right\} = \frac{1}{b}\left(\frac{a-c}{2n}\right)^2$$

$$w = \frac{a(n-1)+c(n+1)}{2n}, p = \frac{a+c}{2}$$